

Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT)
SEP/Cinvestav

**PROGRAMACIÓN
COMPUTACIONAL PARA
MATEMÁTICAS DE NIVEL
SECUNDARIA**

**NOTAS PARA EL MAESTRO
(COMPLEMENTO DEL LIBRO DEL ALUMNO)**

Por Ana Isabel Sacristán Rock

Con la colaboración de Elizabeth Esparza Cruz

México D.F., 2003

ÍNDICE

ÍNDICE	3
PROFESOR: ¡BIENVENIDO A EMAT!	7
EL LABORATORIO EMAT	9
Metodología del trabajo.....	11
El papel del maestro.....	11
La organización del trabajo de los alumnos.....	12
Las hojas de trabajo	13
OBJETIVOS Y USO DEL MATERIAL DIDÁCTICO	14
Cómo usar el manual de notas didácticas para el maestro.....	14
La programación con el lenguaje Logo para construir un aprendizaje matemático.....	14
Sobre el aprendizaje del lenguaje Logo	16
Sobre el orden de las actividades	17
Sobre el material del CD incluido con el libro de actividades	17
PRINCIPIOS IMPORTANTES QUE EL MAESTRO DEBE RECORDAR	19
UBICACIÓN PROGRAMÁTICA: CLASIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES POR TEMAS DE LOS PROGRAMAS ESCOLARES	21
1er Grado.....	22
2º Grado.....	27
3er Grado.....	33
NOTAS DIDÁCTICAS PARA LAS ACTIVIDADES ESPECÍFICAS	37
UNIDAD 1: CONOCIENDO A LOGO	39
CL-A1: Palabras Que Entiendo.....	41
CL-A2: Otras Palabras Para Graficar.....	41
CL-A3: Muchas Maneras De Hacer Lo Mismo.....	42
CL-A4: Escribiendo Con Logo.....	44
CL-A5: Calculando Con Logo	45
UNIDAD 2: VIAJE TOTAL	46
VT-A1: De Ida y de Regreso	48
VT-A2: El Viaje Total.....	49
VT-A3 ¿Cuál es el Camino?.....	50
VT-A4: Camino a Casa: Creando Triángulos.....	50
VT-A5: Camino a Casa: Creando Paralelogramos.....	52
UNIDAD 3: REPETICIONES Y NUEVAS PALABRAS	53
RNP-A1: Encontrando Repeticiones	55
RNP-A2: La Primitiva Repite.....	55
RNP-A3: Creando Nuevas Palabras (Definiendo Procedimientos En Logo).....	56
RNP-A4: Jugando Con Cuadrados	57

UNIDAD 4: POLÍGONOS REGULARES.....	58
POL-A1: Polígonos Regulares	60
POL-A2: Generalizando: Un procedimiento para cualquier polígono regular	60
POL-A3: De Polígonos A Círculos	61
UNIDAD 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR.....	62
VAR-A1: Cuadrados De Diferentes Tamaños	64
VAR-A2: Generalizando Con Variables	64
VAR-A3: Números Y Variables	65
VAR-A4: Más Generalizaciones	66
VAR-A5: Rectángulos	66
VAR-A6: Rectángulos De Diferentes Tamaños.....	67
VAR-A7: Creando Polígonos	67
MODULARIDAD Y ESTUDIOS GEOMÉTRICOS GENERALES:	
UNIDAD 6: MOLINOS	68
MOL-A1: Modularidad	70
MOL-A2: Molinos y Rehiletos	70
MOL-A3: Abanicos	72
MOL-A4: Patrón de Isósceles	74
UNIDAD 7: MODULARIDAD.....	77
MOD-A1: Casas Y Castillos	79
MOD-A2: Casas y Castillos Más Ideas	79
MOD-A3: Construyendo Un Pueblo	81
UNIDAD 8: MÁS PROCEDIMIENTOS MODULARES	82
MPM-A1: Secretos	84
MPM-A2: Más Secretos	84
MPM-A3: La Tarántula	85
UNIDAD 9: FIGURAS COMPLEJAS	86
FIC-A1: Grecas y Escaleras.....	88
FIC-A2: Gráficas con Rectángulos.....	89
FIC-A3: Patrones con Círculos.....	89
FIC-A4: Estrellas y Galaxias	90
UNIDAD 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN	91
PROP-A1 Casas Y Pueblos Otra Vez.....	93
PROP-A2 Figuras A Escala	94
PROP-A3 Letras	95
PROP-A4 Personas	96
PROP-A5 Familias	96
PROP-A6 Árboles	97
RECURSIVIDAD:	
UNIDAD 11: RECURSIVIDAD	98
REC-A1 Rotando Cajas	100
REC-A2 Deteniendo La Recursividad	100
REC-A3 Rotando Cajas 2	101

REC-A4 Predicciones.....	102
REC-A5 Más Predicciones.....	102
El Juego De Los Duendes.....	103
REC-A6 Espirales.....	106
FUNCIONES	
UNIDAD 12: FUNCIÓN ENIGMA.....	107
ENIG-A1 Explorando el Enigma.....	109
ENIG-A2 Procedimiento Enigma: Haciendo Predicciones.....	111
ENIG-A3 Analizando El Comportamiento De Una Figura.....	111
ENIG-A4: Analizando El Comportamiento De Una Figura II.....	111
ENIG-A5 Figuras.....	112
UNIDAD 13: FUNCIONES.....	113
FUN-A1 Funciones.....	115
FUN-A2 Creando Tus Propias Funciones.....	115
FUN-A3 Adivina Mi Función.....	116
FUN-A4 Funciones Recíprocas.....	117
FUN-A5 Composición De Funciones.....	118
FUN-A6 Funciones Recursivas.....	118
FUN-A7 Operaciones y Funciones de más de una Entrada.....	119
UNIDAD 14: GRÁFICAS Y TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES.....	120
GRAF-A1 Gráficas de Funciones.....	122
GRAF-A2 Más gráficas de Funciones.....	122
GRAF-A3 Transformaciones de Funciones.....	123
GRAF-A4 Expandiendo y Comprimiendo Parábolas.....	123
GRAF-A5 Traslaciones.....	123
ESTUDIOS NUMÉRICOS Y PROBABILIDAD	
UNIDAD 15: ESTUDIOS NUMÉRICOS.....	125
NUM-A1 ¿Entre Que Números? (La Recta Numérica).....	126
NUM-A2 Adivina Qué Hago (La primitiva RESTO).....	127
NUM-A3 Jugando Con Números.....	128
UNIDAD 16: AZAR Y PROBABILIDAD.....	130
PROB-A1 Adivina Qué Hago (La Primitiva Azar).....	132
PROB-A2 Volados.....	133
PROB-A3 Jugando con Dados.....	134
PROB-A4 Carreras De Tortugas.....	136
ESTUDIOS GEOMÉTRICOS ESPECÍFICOS	
UNIDAD 17: ÁNGULOS.....	138
ANG-A1 Cuánto Suman.....	139
ANG-A2 Paralelas y Una Secante.....	140
UNIDAD 18: CÍRCULOS.....	141
CIRC-A1 Arcos.....	143
CIRC-A2 Pétalos y Flores.....	143

CIRC-A3 Diámetros y Radios.....	144
CIRC-A4 Más Sobre Circunferencias: Diámetros y Radios.....	145
CIRC-A5 Centros y Circunferencias.....	147
CIRC-A6 Tangentes.....	148
UNIDAD 19: ÁREAS DE FIGURAS	149
AREA-A1: Calculando áreas.....	151
AREA-A2: Áreas de figuras compuestas.....	152
AREA-A3: Áreas de polígonos regulares.....	153
UNIDAD 20: TRIÁNGULOS	155
TRI-A1 Triángulos rectángulos: Hipotenusas.....	157
TRI-A2 Triángulos rectángulos: Catetos.....	157
TRI-A3 Triángulos rectángulos: Encontrando Ángulos.....	157
TRI-A4 Triángulos rectángulos: Combinando Todo.....	157
TRI-A5 Triángulos rectángulos: Generalizando.....	158
TRI-A6 Triángulos Isósceles.....	159
TRI-A7 Triángulos en General.....	160
TRI-A8 Más sobre Triángulos Rectángulos.....	162
UNIDAD 21: JUGANDO CON SIMETRÍAS	163
SIM-A1: A través del espejo.....	165
SIM-A2: Más sobre transformaciones.....	166
SIM-A3: Simetrías: generalizando.....	168
SIM-A4: Otro juego con simetrías.....	169
INVESTIGACIONES ADICIONALES	
UNIDAD 22: MÁS SOBRE VARIABLES	170
ALG-A1 Cohetes.....	171
ALG-A2 Astronauta.....	171
ALG-A3 Observando una Entrada.....	173
UNIDAD 23: MÁS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES	174
FRACT-A1 Árboles y Recursividad.....	176
FRACT-A2 Exploraciones Fractales: La Curva De Koch:.....	179
FRACT-A3 Exploraciones Fractales: El Copo de Nieve.....	179
FRACT-A4 Exploraciones con el Triángulo de Sierpinski.....	182
FRACT-A5 Exploraciones con el Triángulo de Sierpinski II.....	182
UNIDAD 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS	183
ESTR-A1-A2 Investigando Estrellas.....	185
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	188

PROFESOR: ¡BIENVENIDO A EMAT!

Este libro forma parte de la serie de publicaciones derivada de los materiales diseñados y puestos a prueba dentro del proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT). A principios de 1997, por iniciativa de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal y el Instituto latinoamericano de la Comunicación Educativa, se puso en marcha la fase piloto de este proyecto de innovación educativa, utilizando varias herramientas tecnológicas. A partir del año 2000, se extendió el proyecto EMAT para incluir actividades de programación computacional con el lenguaje Logo para la construcción de un aprendizaje matemático.

Los propósitos generales del proyecto EMAT se enmarcan en los del Programa de Modernización Educativa y son los siguientes:

- Elevar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria.
- Impulsar la formación de profesores de matemáticas de este nivel escolar.
- Promover el uso de las nuevas tecnologías en la educación.
- Generar y actualizar métodos y contenidos educativos de la matemática escolar.

Más específicamente, con el proyecto EMAT se busca mostrar que es factible aprovechar las nuevas tecnologías –apoyadas en un modelo pedagógico que permita construir ambientes de aprendizaje apropiados– para enriquecer y mejorar la enseñanza actual de las matemáticas en la escuela secundaria. Entre las características principales del modelo que propone el proyecto EMAT se encuentran:

1. La utilización de piezas de *software* y herramientas que hacen posible dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos; es decir, con dichas piezas y herramientas se puede concretar la idea de que los conceptos son organizadores de fenómenos. Así, la contextualización de las actividades matemáticas no es una mera ambientación, sino que las situaciones planteadas por la actividad corresponden a comportamientos de fenómenos que –en cierto modo– forman parte de la esencia del concepto que se busca enseñar.
2. La utilización de piezas de *software* y herramientas que impliquen representaciones ejecutables, es decir, que contemplen la manipulación directa de objetos o de representaciones de objetos (matemáticas).

3. La utilización de piezas de *software* y herramientas cuyo uso está relacionado con un área específica de la matemática escolar (aritmética, álgebra, geometría, probabilidad, modelación, matemática del cambio).
4. La especialización de los usuarios de la tecnología (alumnos y maestros) en una o más piezas de *software* o herramientas, de tal forma que logren dominarla y, al mismo tiempo, la empleen en la enseñanza y aprendizaje de temas curriculares específicos, antes de pasar al uso de otra herramienta en el aula.
5. La puesta en práctica de un modelo de cooperación para el aprendizaje: los estudiantes trabajarán en parejas frente a la computadora en una misma actividad, lo que promoverá la discusión y el intercambio de ideas.
6. La práctica de un modelo pedagógico en el que el profesor promueve el intercambio de ideas y la discusión en grupo, y al mismo tiempo actúa como mediador entre el estudiante y la herramienta, es decir, el ambiente computacional –asistiendo a los estudiantes en su trabajo con las actividades de clase y compartiendo con ellos el mismo medio de expresión–.

EL LABORATORIO EMAT

Estudios realizados en los últimos años han demostrado que el uso de nuevas tecnologías abre perspectivas interesantes para la enseñanza de las matemáticas y otras ciencias. Entre los beneficios que brindan podemos mencionar los siguientes:

- Ofrece al estudiante ambientes de trabajo que estimulan la reflexión y lo convierten en un ser activo y responsable de su propio aprendizaje.
- Provee un espacio problemático común al maestro y al estudiante para construir significados.
- Elimina la carga de los algoritmos rutinarios para concentrarse en la conceptualización y la resolución de problemas.
- Da un soporte basado en la retroalimentación.
- Reduce el miedo del estudiante a expresar algo erróneo y, por lo tanto, se aventura más a explorar sus ideas.

La computadora y la calculadora nunca van a suplir al maestro: son instrumentos de apoyo, como el pizarrón y el gis, aunque sus características sean esencialmente diferentes.

El objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula no se reduce a practicar algoritmos, sino que ayuda al alumno a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. Así, la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos.

Una característica importante de los paquetes de cómputo que se han elegido para el proyecto EMAT es que son *abiertos*. Es decir, el usuario decide qué hacer con ellos, en vez de que el programa computacional dirija todo el trabajo –como ocurre en los programas *tutoriales*–. Estos paquetes abiertos pueden usarse con objetivos didácticos muy diversos, muchos de los cuales están definidos por las actividades que se proponen en este libro.

Un laboratorio EMAT está integrado básicamente por el siguiente equipo:

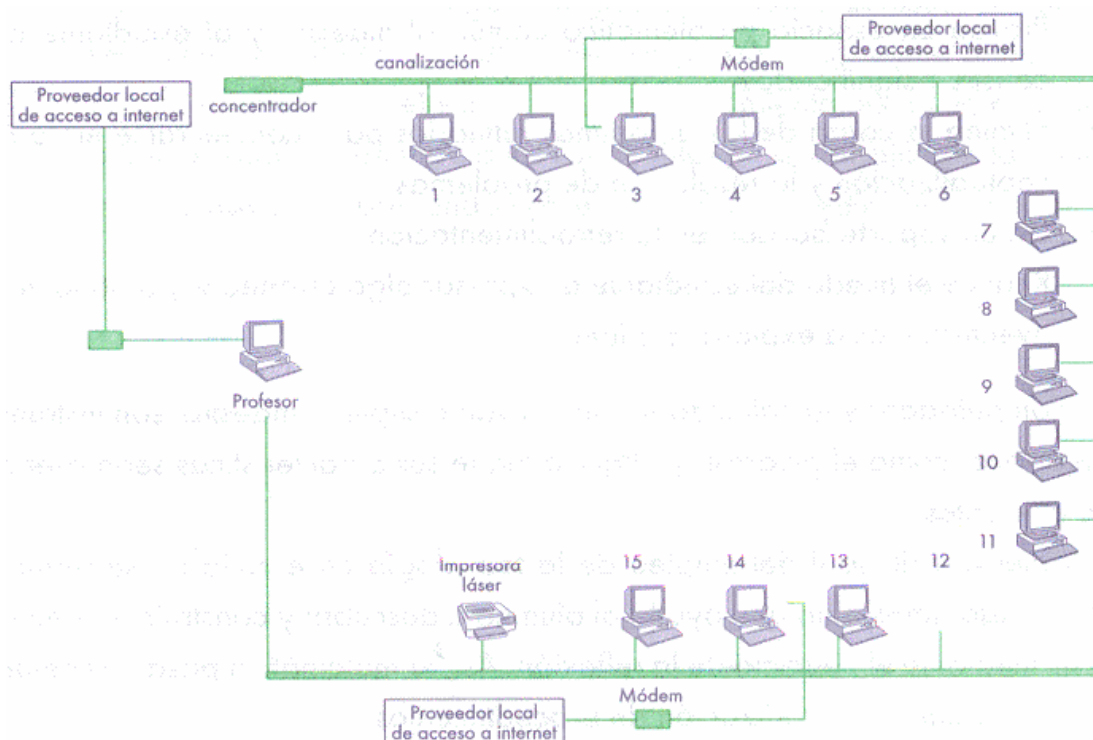
- | | |
|---------------------------------|----------------------------|
| ➤ Computadoras para los alumnos | ➤ Reguladores de corriente |
| ➤ Computadora para el maestro | ➤ Calculadoras |
| ➤ Impresora | ➤ Mesa y sillas adecuadas |
| ➤ MODEM (opcional) | |

Para instalar un laboratorio EMAT en una escuela es necesario contar con un aula de buen tamaño (por ejemplo de 8 x 12 m) que tenga corriente eléctrica de 110 voltios y que

cuente con contactos trifásicos. Si se desea que alguna computadora tenga acceso a Internet debe contarse, además, con una línea telefónica.

Dado que el equipo que integra el laboratorio es muy costoso, resulta indispensable instalar en el aula varias protecciones; por ejemplo: puerta con llave, enrejado en las ventanas, mueble para guardar las calculadoras. Es importante también que las computadoras estén conectadas a reguladores de corriente.

Para el buen funcionamiento del trabajo en un laboratorio EMAT, recomendamos que, en la medida de lo posible, las computadoras se acomoden en forma de herradura, como se muestra en el esquema.



Al instalar las computadoras hay que procurar que entre ellas quede espacio suficiente para que puedan sentarse cómodamente dos o tres niños por máquina. La disposición en herradura tiene múltiples ventajas. Por un lado, facilita al maestro pasar de un equipo de alumnos a otro y observar el trabajo que están realizando. Por el otro, con sólo girar las sillas, dando la espalda a la computadora, los alumnos pueden acomodarse para participar en una discusión colectiva o atender las explicaciones que el maestro dirija a todo el grupo.

Es necesario también que en el centro del aula haya mesas de trabajo. Los alumnos las utilizarán, sobre todo, cuando trabajen con las calculadoras, pero también cuando sus actividades requieran desarrollar alguna tarea con lápiz y papel.

Para enseñar matemáticas en un laboratorio EMAT se hace uso de distintos paquetes computacionales (*Cabri-Géométre, Excel, Logo, SimCalc-MathWorlds, Stella*).

Algunos de estos son de acceso libre y pueden obtenerse en Internet; otros son comerciales y necesitan adquirirse con los proveedores junto con los permisos para usarse en grupo. Para más información al respecto puede consultar la página de EMAT en Internet, cuya dirección es:

<http://emat-efit.ilce.edu.mx/emat-efit/emat>

Metodología del trabajo

Enseñar matemáticas utilizando computadoras o calculadoras conlleva muchos cambios en la organización del trabajo. Éstos se reflejan principalmente en el papel que desempeña el maestro en este contexto, en la organización del trabajo de los alumnos y en la manera de evaluar su rendimiento.

El papel del maestro

Las nuevas tecnologías requieren otro tipo de acercamiento a la enseñanza, por lo que el papel del maestro cambia radicalmente cuando la clase de matemáticas se desarrolla con tecnología apoyada en hojas de trabajo. Con esta combinación, tecnología y hojas de trabajo, el profesor tiene la posibilidad de mediar el aprendizaje de sus alumnos de tres formas distintas:

- Mediante las hojas de trabajo que les proporciona
- Apoyando y guiando a los estudiantes durante la resolución de las hojas de trabajo en el salón de clase. los 45 o 50 minutos de la clase son los más valiosos en el aprendizaje de los alumnos. En ese tiempo se tiene la oportunidad de interactuar con ellos y de observar sus avances y dificultades, lo que permitirá darles sugerencias cuando lo necesiten.
- En discusiones del grupo completo. El profesor no debe convertirse en el centro de la discusión; debe procurar que los estudiantes se apropien de ella. los alumnos deben presentar sus opiniones e ideas a los demás y el profesor sólo debe coordinar esta actividad.

En el aula EMAT el maestro asume el papel de organizador del trabajo, de guía y de asesor. Propicia que sus alumnos desarrollen un espíritu abierto a la investigación; en otras palabras, los invita a:

- Explorar.
- Formular hipótesis.

- Probar la validez de las hipótesis.
- Expresar y debatir sus ideas.
- Aprender a partir del análisis de sus propios errores.

En este contexto, el maestro ya no agota el tiempo de clase repasando o explicando temas nuevos, sino que la mayor parte la dedica a que los alumnos trabajen para resolver las actividades planteadas en las hojas de trabajo previamente elaboradas. En el aula EMAT, el maestro no resuelve las actividades, sus intervenciones tienen como finalidad que los alumnos reflexionen y encuentren por sí mismos una solución aceptable. Esta función se ve reforzada por la organización de los alumnos en equipos de trabajo, pues así el maestro puede pasar de un equipo a otro observando el trabajo que realizan y auxiliándolos, cuando sea necesario, para que puedan llevar a cabo la actividad propuesta. Cuando este tipo de intervención no es suficiente, conviene que el maestro muestre un camino de solución posible y los invite a adoptarlo y continuar por sí mismos. En estos casos no se debe proporcionar demasiada información, pues lo importante es que los equipos sigan trabajando de manera autónoma. El propósito siempre debe ser ayudar a los alumnos a que se involucren en la actividad, pongan en juego su saber matemático anterior y lleguen a desarrollar correctamente ideas matemáticas nuevas a partir de sus propias experiencias.

Si la mayoría de los alumnos se enfrenta con el mismo tipo de dificultades al abordar una actividad determinada, es conveniente organizar una discusión para tratar de resolver el problema colectivamente. Discusiones de este tipo son buenas oportunidades para resumir y sistematizar los avances y resultados sobre los que existe consenso, así como para introducir información nueva que permita a los alumnos avanzar en su trabajo.

La organización del trabajo de los alumnos

El uso de las computadoras no implica necesariamente un aprendizaje individualizado. Esta idea parte de que algunos programas de cómputo han sido diseñados para que sólo una persona trabaje a la vez (es el caso de los llamados *tutoría/es*). Los programas de cómputo seleccionados para trabajar en el aula EMAT fomentan la interacción de los alumnos entre sí y con su profesor, gracias al empleo de hojas de trabajo. En este acercamiento social del aprendizaje la comunicación desempeña un papel crucial.

Es aconsejable que los alumnos trabajen en equipos (de preferencia de dos integrantes). Esto fomenta la discusión y produce un aprendizaje más completo y sólido. Para que el trabajo en equipo sea en verdad efectivo, habrá que evitar que los estudiantes desempeñen siempre las mismas funciones (por ejemplo que solo uno lea y el otro trabaje con la computadora o la calculadora), pues si esto ocurre, solamente adquirirán unas habilidades específicas pero no otras. Los estudiantes pueden formar sus equipos como deseen, pero es

aconsejable que intercambien las tareas para que desarrollen todas las habilidades requeridas: manejo de *software*, planteamiento del problema, lectura y comprensión de las actividades, etcétera.

La organización de los alumnos en equipos de trabajo presenta muchas ventajas, sin embargo, no siempre los alumnos tienen experiencia en trabajar de este modo. Es, por lo tanto, necesario que el maestro les ayude a adoptar esta manera de trabajar. El trabajo en equipo propicia el intercambio y confrontación de ideas entre alumnos. Al trabajar de este modo se espera que cada individuo exponga su punto de vista, lo discuta y confronte con los demás integrantes. Este intercambio ayuda al alumno a organizar sus propias ideas y a comunicarlas, a reflexionar sobre ellas, a defenderlas y a modificarlas cuando sea necesario, a escuchar y debatir los argumentos de los demás e ir reafirmando sus conocimientos matemáticos y adquiriendo otros nuevos.

Las hojas de trabajo

Las hojas de trabajo son una herramienta fundamental para realizar las actividades que se plantean en el aula EMAT. En ellas se presenta un problema de manera sucinta y se formulan preguntas que pueden llevar alguna sugerencia implícita para que los alumnos empiecen a explorar el problema propuesto. Si bien las actividades planteadas tienen que desarrollarse usando la tecnología, es necesario que los alumnos contesten por escrito las preguntas que se formulan en las hojas de trabajo. Esto tiene un doble propósito. Por un lado, obliga a los alumnos a reflexionar sobre el procedimiento y el resultado que obtuvieron empleando la máquina ya sintetizar su experiencia para comunicarla; por otro lado, proporciona información al maestro acerca de la comprensión que los alumnos han alcanzado de los conceptos matemáticos involucrados en la tarea. Esta información es fundamental para que el maestro decida qué acciones pondrá en práctica en las clases sucesivas, y para que conozca y evalúe el progreso de sus alumnos.

La mayoría de las actividades están pensadas para que todo un grupo de estudiantes las lleve a cabo durante las horas normales de clase. Al comenzar la sesión de trabajo el maestro cuidará que todos los equipos cuenten con las hojas de trabajo necesarias para esa sesión y les pedirá que las lean. Es importante que el maestro se cerciore de que los alumnos han entendido en qué consiste la actividad y qué se espera que hagan. Si hay dudas al respecto, conviene leer la hoja de trabajo frente a todo el grupo y llegar a un consenso acerca de lo que en ella se plantea.

EL MATERIAL DIDÁCTICO LOGO: OBJETIVOS Y USO

Cómo usar el manual de notas didácticas para el maestro

El presente manual tiene como propósito ayudar al maestro a implementar las actividades de Logo que se incluyen en el libro “Actividades para el Alumno”. Este manual, por lo tanto, tiene que ser utilizado de manera complementaria al libro del alumno.

El manual consta de tres partes:

1. La presente introducción: aquí, no sólo se justifica la incorporación de actividades de programación con Logo en el aula, sino también se da información para el maestro de cómo están pensadas las hojas de actividades del alumno y de cómo implementarlas.
2. Una sección titulada “Ubicación Programática” dónde se clasifican las actividades de los alumnos por temas de los programas escolares. Para cada grado escolar de secundaria se indican las actividades que corresponden a cada tema. Esta clasificación tiene como propósito ayudar al maestro a coordinar e integrar los temas de programación con Logo con su instrucción tradicional del currículo.
3. En la tercera parte se incluyen la descripción y notas didácticas para la mayoría de las actividades incluidas en el libro del alumno. Se explica el propósito de cada actividad, se dan observaciones acerca de lo que se puede esperar y de las dificultades que puedan surgir y se dan recomendaciones de actividades didácticas que pueden servir para facilitar el entendimiento de ciertos conceptos e ideas. También en ocasión se incluyen ejemplos de posibles soluciones a las actividades.

Finalmente, al final del manual, se encuentra una lista detallada de referencias bibliográficas y fuentes de información donde el maestro puede obtener más información sobre la programación en Logo y su utilización en el aula. Algunas de las actividades son basadas en algunas de estas fuentes: En ese caso, en la tabla informativa al principio de cada unidad se encontrará la referencia correspondiente.

La programación con el lenguaje Logo para construir un aprendizaje matemático

La razón por la que se desea incorporar la programación con el lenguaje Logo al currículum de matemáticas, es porque este tipo de actividad incorpora de manera implícita el aprendizaje de muchos conceptos, ideas y tipos de razonamiento matemáticos. Queremos usar Logo como un lenguaje que le da al alumno una manera de expresarse, a la vez que constituye una manera de pensar matemáticamente. Es por ello que el énfasis es en actividades de programación: al escribir un procedimiento, el niño usa y expande sus habilidades de razonamiento lógico, de resolución de problemas, y de análisis y síntesis; también tiene que hacer uso de nociones como son las de secuencialidad, modularidad y repetición. Asimismo, en la construcción y uso de procedimientos se encuentran implícitas la idea de generalización y simbolización en un lenguaje formal, así como las nociones complejas de variable matemática, y de relaciones funcionales.

Pero actividades de programación por sí solas generalmente no son suficientes. Para que el alumno pueda articular las actividades de programación con los temas matemáticos que queremos que los alumnos exploren, es esencial que las actividades con Logo sean parte de un entorno didáctico estructurado. Un entorno así incorpora el uso de hojas de trabajo (como las aquí presentadas); actividades complementarias (como pueden ser aquellas sin el uso de la computadora, o usando tecnologías alternas); la interacción entre compañeros, y entre los alumnos y el maestro. A su vez, y muy importantemente, en este entorno se debe alentar al estudiante a que explore, a que proponga y pruebe conjeturas... Todo lo anterior tiene como fin facilitar que el conocimiento construido durante las actividades sea más explícito. Asimismo, el papel del maestro, aunque diferente del que ocupa en la enseñanza tradicional, es esencial: no sólo debe funcionar como un guía y estructurador de las actividades, sino que también debe hacer explícita la conexión entre las actividades con Logo y el conocimiento matemático más formal o tradicional.

Algunas de las áreas o temas matemáticos en los que se pueden incluir actividades de programación con Logo son: propiedades de figuras geométricas, la construcción del concepto algebraico de variable, el concepto de función, razón y proporción, entre otros. En las actividades contenidas en el libro del alumno, tratamos de cubrir de la manera más sencilla posible (para no distraer al alumno con tecnicismos de programación), varios de los temas contenidos en el currículum de matemáticas. Las actividades se dan a través de hojas de trabajo, y éstas están a su vez agrupadas en unidades que contienen secuencias o temas afines. Al principio de cada unidad incluimos una tabla con los propósitos de las actividades, los contenidos matemáticos y las correspondencias en el currículum.

En general, entre las habilidades matemáticas que se desarrollan mediante la programación con Logo se encuentran las siguientes:

- * Desarrollo de habilidades lógicas
- * Desarrollo de la ubicación espacial
- * Uso de medidas y ángulos (desarrollo de habilidades geométricas)
- * Uso de operaciones, de paréntesis y de operadores lógicos
- * Desarrollo de la habilidad de generalizar
- * Desarrollo de la habilidad de formalizar y simbolizar
- * Desarrollo de habilidades y estrategias de resolución de problemas
- * Desarrollo del concepto de variable: como parámetro, variable funcional, e incógnita
- * Desarrollo del concepto de función

Sobre el aprendizaje del lenguaje Logo

Las actividades presentadas están diseñadas para ir incrementando los conocimientos de programación en Logo, *simultáneamente* con exploraciones matemáticas. De esta manera, estas actividades no constituyen un curso de programación en Logo, sino que son actividades expresivas para la exploración (implícita o explícita) de ideas matemáticas; y a medida que se van requiriendo se van introduciendo conceptos de programación Logo. En ese sentido, utilizamos únicamente los comandos de programación que son útiles para las actividades y que no distraen del contenido matemático, aunque el lenguaje tiene muchísimos más comandos y utilidades para programación mucho más avanzada o con propósitos más estéticos. Aún así, alentamos al profesor a familiarizarse con los comandos no incluidos en las actividades, ya que muchas veces el alumno desea crear o modificar cosas más allá de lo requerido y preguntará cómo puede hacer eso.

En ese sentido, recordamos al maestro que al final del libro del alumno se incluyen listas temáticas y alfabéticas de todas las palabras primitivas que utiliza la versión “MSWLogo” de Logo que se incluye con el libro de Actividades para el Alumno. También en esas listas se incluyen las traducciones al inglés de los comandos primitivos, lo cuál puede resultar muy útil si se desea utilizar algún procedimiento que se obtenga de alguna fuente que esté en inglés. También al final del libro de actividades, se da la compilación de todas las hojas técnicas donde se explica detalladamente el uso de algún comando o primitiva. Para poder asistir a los alumnos lo mejor posible, es importante que el profesor se familiarice con toda esa información técnica, así como con la Guía de Uso de MSWLogo incluida al principio del libro de actividades (entendiendo el uso de todos los comandos y botones allí descritos).

Con respecto a la versión de Logo a utilizarse, las actividades asumen que se utiliza la versión de Logo incluida con ellas: MSWLogo. Sin embargo, también pueden utilizarse otras versiones de Logo como WinLogo, etc. adaptando las hojas de trabajo a las pequeñas diferencias en los comandos que se puedan encontrar¹.

Sobre el orden de las actividades

Las actividades están clasificadas en unidades temáticas; en cada unidad se presenta una secuencia de actividades con un propósito o tema común. Pero, aunque las unidades se presentan en cierto orden, no es necesario seguirlas en ese orden. Una vez que los alumnos han sido introducidos a los conceptos básicos de programación (presentados en las primeras unidades) el maestro puede y *debe* hacer uso de las unidades temáticas según sus necesidades para complementar sus clases tradicionales de matemáticas.

Para facilitarle este trabajo al maestro, presentamos en este manual *tablas de ubicación programática* donde se clasifican las actividades de acuerdo a los temas de los programas escolares para cada uno de los tres grados del nivel de secundaria. Asimismo, en cada unidad presentamos tablas que incluyen los *propósitos de las actividades*, los *contenidos matemáticos*, las *correspondencias en el currículum*, así como los *requisitos de conocimientos de Logo* necesarios para realizar las actividades contenidas en esa unidad. Esto permitirá al maestro saber si alguna unidad puede ser estudiada en un orden diferente al presentado. Sólo las unidades de la primera parte contienen los fundamentos de la programación con Logo y por lo tanto se recomienda empezar con éstas. Dentro de cada unidad se recomienda seguir el orden de las actividades, aunque en muchos casos hay algunas actividades redundantes que pueden ser saltadas.

Sobre el material del CD incluido con el libro de actividades

En el disco incluido, se provee la versión de Logo en la cuál se basan las actividades: MSWLogo. Cabe señalar que la versión de MSWLogo que se incluye es una versión especial bilingüe que entiende comandos tanto en español como en inglés, en caso de que se deseen probar procedimientos de fuentes en inglés². También es importante señalar que MSWLogo es “freeware”, lo cuál quiere decir que es de libre distribución, quedando prohibida su venta.

¹ Casi todos los comandos en español de la versión incluida de MSWLogo son los mismos que los de WinLogo; hay más diferencias con versiones como LogoWriter o Micromundos que utilizan ADELANTE en lugar de AVANZA, o ATRÁS en lugar de RETROCEDE. Por otro lado, esta versión de MSWLogo también acepta ADELANTE o ATRÁS como comandos.

² Si se desean utilizar procedimientos en inglés, solo será necesario, debido a problemas técnicos, cambiar la instrucción “END” por “FIN” al final de cada procedimiento que se cargue en el editor.

Esto quiere decir que el profesor puede instalar el paquete libremente en cuántas computadoras lo desee, sin preocuparse por problemas de compra de licencia.

Para instalar este paquete, basta ejecutar el archivo LogoEMAT.exe. Esto instalará la versión especial de MSWLogo, junto con una carpeta titulada EMAT en el directorio donde se instale el programa, carpeta que contiene los programas que se utilizarán en algunas de las actividades.

El CD también incluye versiones electrónicas (en formato pdf) de este manual y del libro *Actividades del Alumno*, así como el paquete Acrobat Reader que sirve para abrir estos archivos. El maestro puede entonces, según lo desee, tanto instalar la versión electrónica del libro de actividades del alumno en las computadoras de los alumnos como imprimir las hojas de trabajo que se vayan a utilizar. Así los alumnos tendrán a su disposición las hojas de trabajo.

También se pueden dar copias a los alumnos del manual electrónico del libro *Actividades del Alumno*, así como del paquete del lenguaje MSWLogo. Así los alumnos que lo deseen y tengan los recursos, podrán trabajar las actividades en sus casas, e incluso imprimir sus propias hojas de trabajo.

En resumen, los archivos incluidos en el CD son:

- * El archivo de instalación del lenguaje MSWLogo especial (y bilingüe) para EMAT: **LogoEMAT.exe**
- * El libro de *Actividades del Alumno* en formato PDF: **Actividades_Logo.pdf**
- * El libro *Notas para el Maestro* en formato PDF: **Manual_del_Maestro.pdf**
- * El archivo de instalación del paquete Acrobat Reader 6.0 necesario para la lectura de los libros electrónicos
- * Una carpeta “**EMAT**” que incluye copias de los procedimientos Logo que acompañan a ciertas actividades (Esta carpeta automáticamente se instala en el disco duro al ejecutar LogoEMAT.exe —ver arriba— pero también se da un respaldo de esta carpeta en el CD en caso de que accidentalmente se borren o alteren los procedimientos en el disco duro)

PRINCIPIOS IMPORTANTES QUE EL MAESTRO DEBE RECORDAR

1.- Usar el libro del maestro

- Estudiar la introducción y recomendaciones didácticas
- Planear actividades en función de los temas que se requieren estudiar, pero estando concientes de los “requisitos Logo” de cada unidad/actividad.
- Estudiar notas didácticas de cada unidad antes de implementar a los alumnos

2.- Fomentar la lectura cuidadosa de las hojas de actividades por parte de los alumnos

3.- Fomentar buenos hábitos del uso de la herramienta en los alumnos

Fomentar que los alumnos:

- Guarden frecuentemente sus procedimientos en disco
- Limpien la memoria activa antes de cada nueva actividad
- Usen nombres pertinentes:
 - Para nombres de procedimientos
 - Para nombres de variables
 - Para nombres de archivos
- Diseñen programas “elegantes”; es decir
 - lo más cortos y económicos posibles
 - con uso de modularidad, y de
 - transparencia de estado

4.- Fomentar el uso de papel y lápiz por parte de los alumnos

- Fomentar el llenado de las hojas de trabajo
- Uso de cuadernos para llevar registro del trabajo y para “trabajar” ideas.

5.- Revisar frecuentemente el trabajo de los alumnos

- Revisar (e.g. calificar) el trabajo escrito de los alumnos
- Durante las sesiones de trabajo, revisar el trabajo de los alumnos (procedimientos) en el editor, para dar sugerencias de cómo mejorar sus procedimientos (uso de primitivas como REPITE, uso de modularidad, transparencia de estado, etc.) e ideas para trabajar.

6.- Tener discusiones con todo el grupo para:

- Compartir ideas y compartir trabajo
- Hacer explícito conocimiento e ideas matemáticas
- Conectar con conocimiento estudiado en clase

7.- Tener equilibrio entre

- el control de la clase y de las actividades; y
- el otorgar libertad para que los alumnos exploren sus propias ideas o avancen a su propio ritmo.

8.- No “resolverles” las actividades a los alumnos: el maestro únicamente debe proveer la ayuda y el apoyo para que los alumnos desarrollen las capacidades necesarias para resolver ellos mismos las actividades.

UBICACIÓN
PROGRAMÁTICA:
CLASIFICACIÓN DE LAS
ACTIVIDADES POR TEMAS DE
LOS PROGRAMAS ESCOLARES

1er Grado

ARITMÉTICA

<i>1er Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Lectura y escritura de números naturales	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3 * CL-A4 * CL-A5	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A4 * VAR-A5 Unidad 15 ESTUDIOS NUMÉRICOS * NUM-A1 * NUM-A2
Múltiplos y divisores de un número	Unidad 15: ESTUDIOS NUMÉRICOS * NUM-A2 * NUM-A3	Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 * ESTR-A2
Los decimales y sus operaciones	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3	Unidad 15: ESTUDIOS NUMÉRICOS * NUM-A1
Proporcionalidad; tablas de cantidades que varían proporcionalmente	Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades de PROP-A1 a PROP-A6 Unidad 12: FUNCIONES * FUN-A4 * FUN-A5	Unidad 22: MÁS SOBRE VARIABLES * Todas las actividades: ALG-A1 a ALG-A3
Números con signo	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3	Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1

PREALGEBRA

1er. Grado:	Actividades más relevantes	Otras
Jerarquía de operaciones y uso de paréntesis en la aritmética	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A5	Casi todas las actividades requieren de la correcta utilización de la jerarquía de operaciones y del uso del paréntesis en los procedimientos que se construyen.
Iniciación al uso de literales	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A2 a VAR-A7 Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG -A5 Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A7	Unidad 7: TRABAJANDO CON COMPONENTES * FIC-A1 * FIC-A2 * FIC-A3 * FIC-A4 Unidad 22: MÁS SOBRE VARIABLES * Todas las actividades: ALG-A1 a ALG-A3
Operaciones asociadas: suma y resta; multiplicación y división	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A5 Unidad 13: FUNCIONES: * FUN-A2 * FUN-A4 * FUN-A5	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 * VAR-A4 * VAR-A5 Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A7

GEOMETRÍA:

<i>1er. Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Reproducción y trazo de figuras, diseños y patrones geométricos	Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * Todas las actividades: FIC-A1 a FIC-A4 Unidad 4: POLÍGONOS * Todas las actividades: POL-A1 a POL-A3	Unidad 7: MAS MODULARIDAD * MOD-A1 * MOD-A2 * MOD-A3 Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 * ESTR-A2 Unidad 11: RECURSIVIDAD * REC-A1 * REC-A2 * REC-A3 * REC-A6 * REC-A7
Trazo y construcción de figuras básicas, de perpendiculares y paralelas	Unidad 3: REPETICIONES Y NUEVAS PALABRAS * Todas las actividades: RNP-A1 a RNP-A3 Unidad 7: MAS MODULARIDAD * MOD-A1 * MOD-A2 * MOD-A3 Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * FIC-A1 * FIC-A2 * FIC-A3	Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5 Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A1 * VAR-A2 * VAR-A3 * VAR-A5 * VAR-A6 * VAR-A7

Determinación y trazo de los ejes de simetría de una figura	Unidad 7: MAS MODULARIDAD * EMP-A1 * EMP-A2 * EMP-A3 Unidad 21: SIMETRÍAS * SIM-A1	
Cálculo de áreas de figuras básicas y compuestas	Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * Todas las actividades: ÁREA-A1 a ÁREA-A3	
Circunferencia y área del círculo	Unidad 18: CÍRCULOS * CIR-A1 * CIR-A3 * CIR-A4 * CIR-A5	Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * ÁREA-A1 * ÁREA-A2 Unidad 4 POLÍGONOS * POL-A3

PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

<i>1er. Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Elaboración de tablas construidas a partir de situaciones extraídas de la geometría	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 * ESTR-A2	Unidad 23: MÁS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES * FRACT-A3 * FRACT-A4 * FRACT-A5
Variación proporcional de dos cantidades	Unidad 13: FUNCIONES * FUN-A4 * FUN-A5 Unidad 15: ESTUDIOS NUMÉRICOS * NUM-A2 * NUM-A3	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 * VAR-A4 * VAR-A5 Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5

PROBABILIDAD

<i>1er. Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
La idea de la probabilidad	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * Todas las actividades PROB-A1 a PROB-A4	
Registro y tratamiento de resultados de un experimento aleatorio	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * PROB-A1 * PROB-A3	

2º GRADO

ARITMÉTICA

2º. Grado	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Operaciones con números naturales y decimales	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3 * CL-A4 * CL-A5 * Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 * VAR-A4 * VAR-A5 Unidad 13: FUNCIONES * FUN-A7
Práctica del cálculo mental y la estimación de resultados	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3 * CL-A4 * CL-A5 Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5 Unidad 2: Viaje Total * Todas las actividades de VT-A1 a VT-A5	Nota: Todas las actividades geométricas requieren cálculo mental de cantidades (giros de rotación) y estimación de resultados. Unidad 13: FUNCIONES * FUN-A4 Unidad 15: ESTUDIOS NUMÉRICOS * NUM-A3 Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades de PROP-A1 a PROP-A6 Unidad 11: RECURSIVIDAD * REC-A4 * REC-A5
Revisión de suma y resta de números con signo	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A3	

ÁLGEBRA:		
2º. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Iniciación al lenguaje algebraico, uso de la incógnita en la traducción al lenguaje algebraico	Unidad 1: CONOCIENDO A LOGO * CL-A5 Unidad 22: MÁS SOBRE VARIABLES Todas las actividades: ALG-A1 a ALG-A3 Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A2 a VAR-A7 Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A6
GEOMETRÍA:		
2º. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Reproducción y trazo de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas.	Unidad 7: MAS MODULARIDAD * Todas las actividades: MOD-A1 a MOD-A3 Unidad 4: POLÍGONOS REGULARES * Todas las actividades: POL-A1 a POL-A3 Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS Todas las actividades * Todas las actividades: FIC-A1 a FIC-A4 Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 y ESTR-A2	Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5 Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A5 * VAR-A6 * VAR-A7 Unidad 18: CÍRCULOS * Todas las actividades: CIRC-A1 a CIRC-A6 Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8 Unidad 11: RECURSIVIDAD * REC-A1 * REC-A3 * REC-A6

<p>Aplicación de las propiedades de las figuras básicas y los trazos geométricos en la solución de problemas</p>	<p>Unidad 9: TRABAJANDO CON COMPONENTES * Todas las actividades: FIC-A1 a FIC-A4</p> <p>Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A1 * VAR-A2 * VAR-A5</p> <p>Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * Todas las actividades: ÁREA-A1 a ÁREA-A3</p>	<p>Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5</p> <p>Unidad 3: REPETICIONES Y NUEVAS PALABRAS * Todas las actividades: RNP-A1 a RNP-A4</p> <p>Unidad 18: CÍRCULOS * Todas las actividades: CIRC-A1 a CIRC-A6</p> <p>Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8</p>
<p>Exploraciones sobre el círculo</p>	<p>Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * FIC –A3</p> <p>Unidad 18: CÍRCULOS * Todas las actividades: CIRC-A1 a CIRC-A6</p>	<p>Unidad 4: POLÍGONOS REGULARES * POL-A3</p>
<p>Observación del efecto de una reducción o ampliación a escala sobre las dimensiones lineales de una figura geométrica</p>	<p>Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A6</p>	<p>Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * FIC-A1 * FIC-A2</p>
<p>Ángulos entre paralelas y una secante. Igualdad de los ángulos opuestos por el vértice</p>	<p>Unidad 17: ÁNGULOS * Todas las actividades: ANG-A1 y ANG-2</p>	<p>Muchas de las actividades de construcción geométricas usan implícitamente estos conceptos.</p>
<p>Igualdad de los ángulos correspondientes, de los ángulos alternos internos y de los alternos externos</p>	<p>Unidad 17: ÁNGULOS * Todas las actividades: ANG-A1 y ANG-2</p>	<p>Muchas de las actividades de construcción geométricas usan implícitamente estos conceptos</p>

<p>Suma de los ángulos interiores de un triángulo, de un cuadrilátero y de un polígono convexo en general</p>	<p>Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A2 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5</p>	<p>Unidad 4: POLÍGONOS REGULARES * POL-A1 * POL-A2</p>
<p>Formulas para calcular el área de paralelogramos, triángulos, y polígonos regulares</p>	<p>Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * Todas las actividades: ÁREA-A1 a ÁREA-A3</p>	
<p>Teorema de Pitágoras</p>	<p>Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8</p>	<p>Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5</p>
<p>Simetría axial respecto de una figura</p>	<p>Unidad 21: SIMETRÍAS * SIM-A1 * SIM-A2</p> <p>Unidad 7: MAS MODULARIDAD * MOD-A5</p>	

PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN:

2º. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Organización y presentación de datos	Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 * ESTR-A2 Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * PROB-1 * PROB-3.2	Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * Todas las actividades: ÁREA-A1 a ÁREA-A3 Unidad 23: MÁS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES * FRACT-A3 * FRACT-A4 * FRACT-A5
Noción de función como una relación entre dos cantidades	Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5 Unidad 13: FUNCIONES * Todas las actividades: FUN-A1a FUN-A7	Unidad 4: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 * VAR-A4 * VAR-A5 Unidad 14: GRÁFICAS DE FUNCIONES * Todas las actividades: GRAF-A1 a GRAF-A5

PROBABILIDAD:		
2º. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Noción frecuencial de la probabilidad. Registro y tratamiento de los resultados de un mismo experimento aleatorio que se repite varias veces.	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * Todas las actividades PROB-A1 a PROB-A4	
Elaboración de tablas y gráficas de probabilidades	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * PROB-A1.2 * PROB-A2.1 * PROB-A3.2	
Cálculos de probabilidades	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * PROB-A2.1 * PROB-A4	

3er Grado

ARITMÉTICA:

3er. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Errores de aproximación		Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5
Componentes de un cálculo; fuentes de error en un cálculo	Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA * Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5	Unidad 13: FUNCIONES * FUN-A3

ÁLGEBRA:

3er. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Noción de función	Unidad 12: FUNCIÓN ENIGMA Todas las actividades: ENIG-A1 a ENIG-A5 Unidad 13: FUNCIONES * Todas las actividades: FUN-A1 a FUN-A7	
Graficación de funciones	Unidad 14: GRÁFICAS Y TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES * Todas las actividades: GRAF-A1 a GRAF-A5	

<p>Operaciones con expresiones algebraicas</p>	<p>Unidad 22: MÁS SOBRE VARIABLES * Todas las actividades: ALG-A1 a ALG-A3</p> <p>Unidad 14: GRÁFICAS Y TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES * GRAF-A3 * GRAF-A4 * GRAF-A5</p> <p>Unidad 18: CÍRCULOS * CIRC-A4 * CIRC-A5</p> <p>Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * AREA-A1 a AREA-A3</p> <p>Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8</p>	<p>Unidad 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR * VAR-A3 * VAR-A4 * VAR-A5</p> <p>Unidad 4: POLÍGONOS REGULARES * POL-A2</p> <p>Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN PROP-A2 a PROP-A7</p> <p>Unidad 13: FUNCIONES * FUN-A1 * FUN-A4 * FUN-A5</p> <p>Unidad 23: MAS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES * FRAC-A5</p>
---	---	--

GEOMETRÍA:

3er. Grado	Actividades más relevantes	Otras
Observación de los elementos que determinan una figura geométrica	Unidad 7: MAS MODULARIDAD * MOD-A1 * MOD-A2 * MOD-A3 Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * Todas las actividades: FIC-A1 a FIC-A4 Unidad 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS * ESTR-A1 * ESTR-A2 Unidad 4: POLÍGONOS REGULARES * Todas las actividades: POL-A1 a POL-A3	Unidad 3: REPETICIONES Y NUEVAS PALABRAS * RNP-A1 * RNP-A2 * RNP-A4 * Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A6 Unidad 11: RECURSIVIDAD * REC-A1 * REC-A2 * REC-A3 * REC-A6 * REC-A7 Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * ÁREA-A2 * ÁREA-A3
Algunas de las propiedades de los triángulos y los paralelogramos	Unidad 2: VIAJE TOTAL * Todas las actividades: VT-A1 a VT-A5 Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8 Unidad 6: MOLINOS * MOL-A4	Unidad 19: ÁREAS DE FIGURAS * ÁREA-A1 * ÁREAS-A3 Unidad 23: MAS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES * FRAC-A5
Circunferencias; rectas y segmentos en el círculo	Unidad 18: CÍRCULOS * Todas las actividades: CIR-A1 a CIR-A6	Unidad 4: POLÍGONOS * POL-A3

Efecto de una reducción o ampliación a escala sobre las magnitudes lineales, invarianza de los ángulos	Unidad 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN * Todas las actividades: PROP-A1 a PROP-A6 Unidad 22: MAS SOBRE VARIABLES * ALG-A1 * ALG-A2 * ALG-A3	Unidad 9: FIGURAS COMPLEJAS * FIC-A2 * FIC-A3 * FIC-A4
Teorema de Pitágoras; cálculo de la hipotenusa o de uno de los catetos de un triángulo rectángulo	Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8	Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5

TRIGONOMETRÍA:

<i>3er. Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Resolución de triángulos rectángulos y su aplicación a la solución de problemas: cálculo de distancias inaccesibles; del lado de triángulos o polígonos	Unidad 2: VIAJE TOTAL * VT-A1 * VT-A3 * VT-A4 * VT-A5 Unidad 20: TRIÁNGULOS * Todas las actividades: TRI-A1 a TRI-A8	

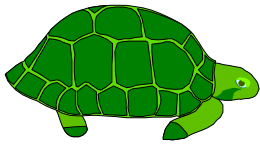
PROBABILIDAD:

<i>3er. Grado</i>	<i>Actividades más relevantes</i>	<i>Otras</i>
Nociones de Probabilidad Noción frecuencial en la solución de problemas de probabilidad	Unidad 16: AZAR Y PROBABILIDAD * Todas las actividades: PROB-A1 a PROB-A4	

NOTAS DIDÁCTICAS PARA LAS ACTIVIDADES ESPECÍFICAS

IMPORTANTE:

A continuación se presentan notas didácticas para ayudar al profesor en la implementación de las actividades presentadas en el libro “Actividades para el Alumno”. Aquí no se vuelven a incluir las hojas de trabajo presentadas en dicho libro; únicamente se dan las recomendaciones didácticas para cada actividad. El maestro tendrá que referirse al libro del alumno para ver las hojas de trabajo.



UNIDAD 1:



CONOCIENDO A LOGO

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Introducir a los alumnos las primitivas de gráficas de la tortuga básicas, y que entiendan el funcionamiento y orientación de la tortuga. * Mostrarle al alumno cómo se puede calcular con Logo poniendo énfasis en la prioridad de operaciones y uso de paréntesis.
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Introducción de las primitivas básicas de graficación de la tortuga * Las primitivas de escritura ESCRIBE (ES), MUESTRA y ROTULA * Las entradas en Logo
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo de la ubicación espacial (mediante la actividad de movimiento de la tortuga) * Jerarquía de operaciones y uso de paréntesis en la aritmética * Operaciones numéricas con enteros, decimales y fracciones
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer situaciones análogas * Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas. * Desarrollar la imaginación espacial * Predecir resultados * Enriquecer el significado de los números y sus operaciones <p>1er Grado:</p> <p>ARITMÉTICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Los números naturales y sus operaciones * Los decimales y sus operaciones * Números con signo <p>PREALGEBRA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Jerarquía de operaciones y uso de paréntesis * Operaciones asociadas: suma y resta, multiplicación y división <p>2º Grado:</p> <p>ARITMÉTICA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Números naturales y decimales * Fracciones * Números con signo

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>CL-A1: Palabras Que Entiendo</p> <p><i>Referencias: [7], [8]</i></p>	<p>En esta actividad se introduce a los alumnos a las primitivas básicas de geometría de la tortuga. Se espera que entiendan el funcionamiento y orientación de la tortuga.</p> <p>Asimismo, la actividad de movimiento de la tortuga desarrolla la ubicación espacial.</p>
<p>CL-A2: Otras Palabras Para Graficar</p> <p><i>Referencias: [7], [8]</i></p>	<p>Presentación de más primitivas de graficación (GOMA, CENTRO, SL, BL, PONLAPIZ, MT y OT).</p>
<p>CL-A3: Muchas Maneras De Hacer Lo Mismo</p>	<p>En estas actividades se presentan al alumno secuencias de primitivas que tendrá que simplificar para que crear el dibujo original de una manera alternativa. Con ello se busca:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Mostrarle al alumno las diversas maneras que puede tomar una entrada (enteros tanto positivos como negativos, decimales, fracciones o resultados de operaciones). * Que el alumno se percate que las entradas de los giros son dadas en grados. * Ejercitar el uso de operaciones básicas, la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis. * También se presentan instrucciones con números negativos para que se deduzca la relación entre las primitivas AVANZA y RETROCEDE, y GIRADERECHA y GIRAIZQUIERDA.
<p>Hoja Técnica: Las Entradas En Logo</p>	<p>Hoja técnica que explica los tipos de entradas en Logo (números, palabras ó listas) y cómo se usan.</p>
<p>CL-A4: Escribiendo Con Logo</p>	<p>Introducción a las primitivas de escritura en la pantalla: la primitiva ESCRIBE para escribir una palabra, una lista de palabras, o la salida de algún comando. Se comparan los usos de las primitivas ES , MUESTRA y ROTULA.</p>
<p>CL-A5: Calculando Con Logo</p>	<p>Se muestra cómo se puede calcular con Logo y se pone énfasis en la prioridad de operaciones y uso de paréntesis. El entender la prioridad de operaciones y el uso de paréntesis resultará de suma importancia en la programación con Logo.</p>

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

CL-A1
CL-A2

- **PALABRAS QUE ENTIENDO**
- **OTRAS PALABRAS PARA GRAFICAR**

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades se introducen a los alumnos las primitivas básicas de geometría de la tortuga: **AVANZA**, **RETROCEDE**, **GIRADERECHA**, **GIRAIZQUIERDA** y **BORRAPANTALLA**. Se espera que entiendan el funcionamiento y orientación de la tortuga. También, la actividad de movimiento de la tortuga desarrolla la ubicación espacial.

En la segunda actividad se presentan otros comandos útiles de graficación (**GOMA**, **CENTRO**, **SL**, **BL**, **PONLAPIZ**, **MT** y **OT**) que ayudan al alumno en la elaboración de sus dibujos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El propósito de esta actividad es introducir a los alumnos a las primitivas básicas de graficación de la tortuga, y que entiendan el funcionamiento y orientación de la tortuga.

También se introduce el concepto de entrada, el cuál sirve como antecedente conceptual para el estudio posterior de entrada de una función.

Se recomienda complementar esta actividad con el juego de la Tortuga, en la que un niño se para en el centro del salón y actúa como si fuera la tortuga siguiendo los comandos verbales que otros niños le dan: tales como **GIRADERECHA**, etc.

Esta actividad es sumamente útil para que los niños desarrollen un sentido de los movimientos de la tortuga y distingan entre los ángulos internos de una figura y los ángulos de rotación de la tortuga.

Se pueden usar un metro de madera con un gis pegado en la punta, para pintar en el suelo los desplazamientos de la tortuga. También un transportador grande de madera puede servir para medir los ángulos de giro.

Si el grupo es grande, se sugiere dividirlo en varios equipos, cada uno con un niño que sea la tortuga para ese equipo.

Si se muestra el juego a todo el grupo se sugiere acomodar al grupo en uno o varios círculos para que todos tengan el mismo foco de atención y puedan oír y ver los desplazamientos de la tortuga.

En la segunda hoja de trabajo, se les pide a los alumnos, entre otras cosas, que dibujen su nombre o iniciales para que practiquen con todas las primitivas de graficación dadas (por ejemplo, entre letra y letra deberán subir el lápiz de la tortuga). Es importante que el alumno,

antes de trabajar un proyecto específico, experimente con este grupo de primitivas, pues esto les ayudará a conocer la acción de cada una.

Al pedirles a los alumnos que inicien otro proyecto (otras figuras) se les está dando la libertad de explotar su creatividad y demostrar sus diferentes formas de pensar.

CL-A3

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

MUCHAS MANERAS DE HACER LO MISMO I Y II

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se presenta al alumno un grupo de primitivas que tendrá que simplificar para que se forme el dibujo original (un banderín). También se añade una actividad opcional más extensa (para dibujar un velero) con el mismo objetivo para alumnos que terminen antes o si se quiere que los alumnos ejerciten más el cálculo de operaciones básicas, jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis. La segunda actividad es optativa ya que puede tomar mucho tiempo y para algunos alumnos incluso puede ser tediosa.

Los objetivos de estas actividades son:

- * Mostrarle al alumno las diversas maneras que puede tomar una entrada (enteros tanto positivos como negativos, decimales, fracciones o resultados de operaciones).
- * Que alumno se percate que las entradas de los giros son dadas en grados.
- * Ejercitar el uso de operaciones básicas, la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis.

También:

- Se presentan instrucciones con números negativos para que se deduzca la relación entre las primitivas AVANZA y RETROCEDE, y GIRADERECHA y GIRAIZQUIERDA.
- Se presentan instrucciones utilizando fracciones, lo cuál puede servir, de manera introductoria, para fomentar el entendimiento del concepto de fracción.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

IMPORTANTE: Es importante enfatizar lo necesario que será copiar, exactamente como se presenta, el grupo de instrucciones que forman la figura. También es importante hacer notar el uso de paréntesis en ciertas instrucciones. Muchos errores de ejecución se deben a espacios o paréntesis ausentes o mal utilizados.

Las instrucciones simplificadas para las actividades que construyen el banderín y el velero, pueden ser, respectivamente, como las siguientes:

Instrucciones para un Banderin		Instrucciones simplificadas
RE -150	→	AV 150
GD (180 - 50)		GD 130
AV 220 / 2		AV 110
GD 20 * 7		GD 140
AV 8.4 * 10		AV 84
GI -180 / 2		GD 90
RE (90 - 11)		RE 79

Instrucciones para un Velero		Instrucciones simplificadas
GI (90 - 45)	→	GI 45
AV 25 * 2		AV 50
GD (100 + 35)		GD 135
AV 100		AV 100
GD -90		GI 90
AV 100		AV 100
GI -130		GD 130
AV 220 / 2		AV 110
GD 20 * 7		GD 140
AV 8.4 * 10		AV 84
GD -180 / 2		GI 90
RE -29		AV 29
GI 90		GI 90
RE -100		AV 100
GD (180 - 45)		GD 135
AV 50		AV 50
GI 315		GD 45
AV (90 + 40)		AV 130
GD (360 + 90)		GD 90

Una sugerencia para la realización de estas actividades es pedirle a los alumnos que dibujen la figura con las instrucciones simplificadas SOBREPONIÉNDOLA a la figura creada con las instrucciones originales, para que puedan comprobar que en efecto se construya la misma figura. Incluso pueden cambiar el color del lápiz entre la secuencia de instrucciones originales y la secuencia de instrucciones simplificadas.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ESCRIBIENDO CON LOGO

DESCRIPCIÓN:

Introducción a las primitivas de escritura en la pantalla: la primitiva **ESCRIBE** para escribir una palabra, una lista de palabras, o la salida de algún comando. Se comparan los usos de las primitivas **ESCRIBE** y **MUESTRA**.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Esta actividad introduce al alumno a los modos en que la primitiva **ESCRIBE (ES)** se puede usar para imprimir en la pantalla de trabajo una palabra, una lista de palabras, o la salida de algún comando, operación o procedimiento.

Se recomienda al maestro presentar la hoja técnica “Las Entradas de Logo” al mismo tiempo que esta actividad. Los alumnos ya trabajaron con entradas al usar las primitivas gráficas, pero este es el momento de discutir los tipos de entrada que Logo acepta, así como su uso. Entender el concepto de entrada será importante cuando se introduzcan variables y en las relaciones funcionales.

Quizá sea necesario hacerle notar al alumno en qué momentos la entrada **ESCRIBE** necesita darse usando paréntesis cuadrados (como cuando lo que se desea imprimir una lista de palabras).

IMPORTANTE: Se recuerda al profesor la importancia de enfatizar que **una palabra en Logo es una liga de caracteres sin espacios**, por lo que *es importante respetar los espacios entre palabras y entradas* (de lo contrario Logo toma toda la liga como palabra), y que no se utilizan comas entre ellas.

En la actividad se pide que se ubique la diferencia entre **ESCRIBE** y **MUESTRA**: por ejemplo, **ESCRIBE** da como salida el contenido de una lista, mientras que **MUESTRA** da la lista como lista. Esto puede resultar importante en actividades futuras donde se trabaje con procesamiento de listas.

Si es necesario o si los alumnos lo piden, se puede también presentar la primitiva **ROTULA** (dada en la hoja técnica “Etiquetas”). Dicha primitiva escribe su entrada (o resultado de su entrada) en la pantalla de gráficas, mientras que **ESCRIBE** y **MUESTRA** lo hacen en la pantalla de texto o de trabajo. También la orientación en la que se escribirá la salida de **ROTULA** depende de la orientación de la tortuga. Sin embargo, hay que tener cuidado en no abusar en el uso de esta primitiva y usarla únicamente para etiquetas. Para

escribir resultados, es preferible utilizar ESCRIBE o MUESTRA ya que con éstas se obtiene un registro de las salidas en la ventana de texto.

NOTA TÉCNICA:

En esta actividad se introduce por primera vez el uso de corchetes (paréntesis cuadrados) '[' y ']' que serán extensamente utilizados en la programación con Logo cuando se utilicen listas (por ejemplo, cuando se da una lista de instrucciones después de la primitiva REPITE – ver la Unidad 3).

Será necesario que el profesor averigüe la manera de generar estos caracteres, ya que esto depende del teclado que se tenga. Como último recurso, estos caracteres se pueden generar *utilizando el teclado número* en combinación con la tecla <ALT>:

[= <ALT> + 91

] = <ALT> + 93

CL-A5

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

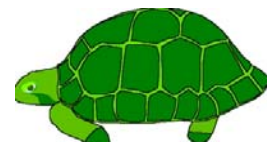
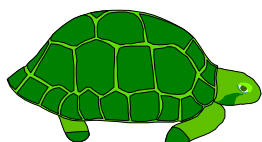
CALCULANDO CON LOGO

DESCRIPCIÓN:

El objetivo de esta actividad es mostrar cómo se puede calcular con Logo y se pone énfasis en la prioridad de operaciones y uso de paréntesis. El entender la prioridad de operaciones y el uso de paréntesis es muy importante en la programación con Logo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La continuación de esta actividad requiere que el alumno prediga resultados (sin el uso de tecnología); esta predicción dependerá de la comprensión que alcanzó sobre la prioridad de signos. La comprobación con Logo le permite ubicar sus posibles errores.



UNIDAD 2: VIAJE TOTAL

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Aprender a analizar y reflexionar sobre instrucciones dadas en Logo, para poder estructurar y planear instrucciones que completen una tarea dada en situaciones extraídas de la geometría. * Practicar el razonamiento deductivo * Introducción al Teorema del Viaje Total * Explorar propiedades de triángulos y paralelogramos.
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de la geometría de la tortuga * UNIDAD 1: Conociendo a Logo
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Introducción al Teorema del Viaje Total * Análisis y construcción de secuencias de instrucciones
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Características y propiedades de triángulos y paralelogramos * Ejecución y descripción de los pasos de una construcción geométrica * Suma de los ángulos internos, externos y suplementarios de triángulos y paralelogramos. * Teorema de Pitágoras.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos: <p>2º Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Ángulos entre paralelas y una secante * Figuras básicas y trazos geométricos <p>3er Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Teorema de Pitágoras <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema * Predecir resultados * Desarrollar en el alumno razonamiento deductivo * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>VT-A1: De ida y de regreso</p> <p><i>Referencia: [8]</i></p>	<p>* Esta actividad requiere de un análisis del procedimiento que construye la figura dada para poder retrasar los pasos o regresar por otro camino a la tortuga a su posición inicial.</p>
<p>VT-A2: El Viaje Total</p>	<p>* Introducción al Teorema del Viaje Total</p>
<p>VT-A3: ¿Cuál es el camino?</p>	<p>* En esta actividad el alumno debe analizar el código del procedimiento para predecir el resultado. Involucra actividades de análisis y de visualización.</p>
<p>VT-A4: Camino a casa: Creando triángulos</p>	<p>* Esta actividad sigue a las previas, involucra actividades de análisis para regresar a la tortuga a su posición inicial.</p> <p>* Para 1° y 2° de Secundaria, se utiliza la actividad anterior ("Cuál es el camino") como ejemplo de cómo resolver el problema.</p> <p>* Esta actividad puede realizarse independientemente de la anterior cuando se esté estudiando el Teorema de Pitágoras en 3° de Secundaria.</p>
<p>VT-A5: Camino a casa: Creando paralelogramos</p>	<p>* Actividad complementaria a las anteriores que sirve como introducción a los paralelogramos y que requiere del cálculo de ángulos de rotación y medida de lados para completar la figura, por lo que se tendrá que aplicar el teorema del viaje total.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

VT-A1

DE IDA Y DE REGRESO

DESCRIPCIÓN

En esta actividad se tiene que analizar una secuencia de instrucciones dadas para regresar a la tortuga a su posición inicial, ya sea creando una secuencia de instrucciones inversas o calculando los ángulos y medidas requeridos para regresarla por una vía alternativa.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Es importante hacer notar al alumno que existen muchas soluciones. Entre ellas:

- * Regresar a la tortuga por su camino inicial:
Este es un ejercicio que exige “invertir” las instrucciones. El alumno se percatará que no es suficiente cambiar los AVANZA por RETROCEDE y los giros por los giros en la dirección opuesta (o alternativamente el signo de las entradas), sino que la secuencia de instrucciones “de regreso” requiere dar las correspondientes instrucciones en orden inverso a las de la secuencia “de ida”.
- * Construir un paralelogramo.
- * Por ensayo y error se puede también construir un camino aleatorio de regreso.
- * En niveles más avanzados se puede usar el Teorema de Pitágoras y trigonometría para construir la ruta más corta.

Para comprobar si la tortuga llegó a su posición y rumbo iniciales, el profesor puede sugerirles a los alumnos que utilicen:

- * En MSWLogo, el botón **ESTADO**.
- * Ó los comandos

ESCRIBE POS, que devuelve la posición de la tortuga

y

ESCRIBE RUMBO, que devuelve el rumbo de la tortuga

Usando estas herramientas, se podrá ver si la tortuga llegó a las coordenadas y rumbo de la posición inicial: si la actividad se empezó con la tortuga en el centro y apuntando hacia arriba (como ocurre después de haber limpiado la pantalla usando BP o el botón **REINICIAR**), las coordenadas serán 0 0 y el rumbo será 0.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

EL VIAJE TOTAL

DESCRIPCIÓN:

Introducción al Teorema del Viaje Total: Cuando la tortuga regresa a su posición y rumbo iniciales (i.e. cuando hay *transparencia de estado*) la suma de las rotaciones será siempre 360° o un múltiplo de 360° .

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Cuando la tortuga termina en la posición inicial, esto se conoce como “**transparencia de estado**”. Muchas veces es conveniente que las figuras cerradas sean creadas utilizando transparencia de estado. Será importante fomentar en el alumno la costumbre de que siempre que sea posible, termine sus figuras usando transparencia de estado (i.e. con la tortuga en la posición inicial), ya que esto le será muy útil cuando quiera construir figuras complejas. Usando el Teorema del Viaje Total, el usuario puede fácilmente encontrar el último ángulo necesario para completar una figura teniendo transparencia de estado, utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Ultimo ángulo} = 360 - (\text{suma total de los ángulos de rotación ya dados})$$

En esta actividad se presenta una tabla para ayudar a los alumnos a calcular la suma de los ángulos de rotación en diferentes recorridos de la actividad anterior (“De Ida y De Regreso”) para que observen la suma de los recorridos en los que se completa un viaje total. También en esta actividad, el maestro puede invitar a los alumnos a que observen cuál es el recorrido más corto.

En la primera parte de la tabla se incluyen los comandos “de ida”. Falta únicamente completar los comandos “de regreso” encontrados por los alumnos.

NOTA: Es importante recordar a los alumnos que

direcciones opuestas tienen signos opuestos

por lo que, al realizar las suma, si se considera que los ángulos de rotación a la derecha tienen signo positivo, entonces las rotaciones a la izquierda se considerarán que tienen signo negativo.

Ejemplo: Tomando en cuenta que **GD 45 = GI (-45)**

$$\text{Entonces: } \text{GD } 60 + \text{GI } 45 = \text{GD } 60 + \text{GD}(-45) = \text{GD } (60 - 45) = \text{GD } 15$$

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

¿CUÁL ES EL CAMINO?

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno debe analizar el código del procedimiento para predecir el resultado. Involucra actividades de análisis y de visualización.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Esta actividad requiere que el alumno utilice sus habilidades de análisis, a la vez que se estimula su imaginación espacial. Se pide al alumno predecir el resultado de los comandos sin usar Logo, lo que obliga al alumno a analizar el código; luego se puede comparar la predicción corriendo los comandos en Logo.

Esta actividad se podrá enriquecer si los alumnos presentan al grupo su predicción, permitiendo exponer cada uno (o por parejas) las relaciones que establecieron entre las nociones conocidas y cómo las utilizaron para descubrir la solución. Así estarán generando y comunicando conjeturas.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CAMINO A CASA: CREANDO TRIÁNGULOS

DESCRIPCIÓN:

Esta actividad sigue a las previas; involucra actividades de análisis para regresar a la tortuga a su posición inicial, completando triángulos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

- * Para 1° y 2° de Secundaria, se recomienda hacer esta actividad después de la anterior ("Cuál es el camino") que ilustra cómo resolver el problema, ya que el triángulo que se construye aquí es similar al de la actividad anterior: un triángulo rectángulo isósceles similar al de la actividad anterior. (Cabe notar que la orientación en la que se presenta este triángulo es diferente al de la actividad anterior. Esto tiene como propósito evitar que el alumno asocie la orientación como propiedad de similitud entre triángulos).
- * Para 3° de Secundaria, esta actividad puede realizarse independientemente de la anterior cuando se esté estudiando el Teorema de Pitágoras.

- * Una solución para completar el triángulo es la siguiente:

CENTRO
AV 40
GD 90
AV 40
GD 135
AV 58
GD 135

- * Es importante señalar que la primera solución que probablemente den los alumnos es simplemente teclear CENTRO. Esto NO es incorrecto. Pero si se debe alentar a los alumnos a luego buscar otra solución sin utilizar CENTRO.
- * La tabla que se incluye en esta actividad tiene como propósito guiar a los alumnos a deducir la propiedad de los ángulos suplementarios;

$$\text{ángulo interno} + \text{ángulo de rotación} = 180^\circ$$

También podrán ver que la suma de los ángulos de rotación es 360° (como lo indica el Teorema del Viaje Total).

	Angulo de rotación	Angulo interno del triángulo
	90°	90°
	135°	45°
	135°	45°
SUMA	360°	180°

- * Se recomienda al maestro que le plantee al alumno situaciones similares con triángulos equiláteros e isósceles, que lo lleven a la generalización de la suma de los ángulos internos de un triángulo 180°

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CAMINO A CASA: CREANDO PARALELOGRAMOS

DESCRIPCIÓN:

Actividad complementaria a las anteriores que sirve como introducción a los paralelogramos y que requiere del cálculo de ángulos de rotación y medida de lados para completar la figura, por lo que se tendrá que aplicar el teorema del viaje total.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se trabaja con las características de los ángulos internos de un romboide, así como los ángulos de rotación en su construcción, pero el maestro puede sugerir otro paralelogramo.

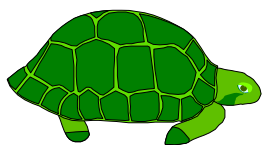
Los comandos completos para el paralelogramo son:

BP
AV 40
GD 60
AV 50
GD 120
AV 40
GD 60
AV 50

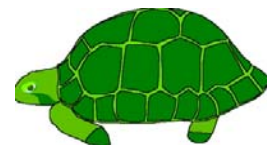
Entonces:

- * Los ángulos de rotación suman 360°
- * El primer ángulo de rotación y el segundo suman 180, lo mismo el 3er y 4° ángulo.
- * Los ángulos internos del paralelogramo suman 360.

NOTA: A veces los alumnos tienden a confundir el ángulo de rotación con el ángulo externo de una figura. Las actividades de esta unidad son una buena oportunidad para hacerles notar la distinción.



UNIDAD 3:



REPETICIONES Y NUEVAS PALABRAS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Conocimiento y uso de programas con la primitiva REPITE * Definición de procedimientos y uso del editor * Cómo guardar y cargar procedimientos
REQUISITOS Y CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de graficación * Definir procedimientos en Logo (modo directo y uso del editor) * Cargar y guardar procedimientos * Introducción al concepto de Modularidad
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Construcción de figuras modificando las características de una figura base. * Diseños y patrones geométricos * Descripción de los pasos de una construcción geométrica
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos: <p>2º Grado GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras Básicas y Trazos Geométricos: <p>En general:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer situaciones análogas * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
RNP-A1: Encontrando repeticiones	En esta actividad, el alumno deberá deducir cuáles comandos se repiten al construir una figura, para que en la siguiente actividad haga uso de la primitiva REPITE
RNP-A2: La primitiva REPITE	Introducción a la primitiva REPITE: REPITE permite repetir n veces una lista de instrucciones.
Hoja Técnica: Usando el editor	Hoja Técnica que presenta el uso del editor en MSWLogo
RNP-A3: Creando nuevas palabras: (definiendo procedimientos en Logo)	Introducción a la definición de procedimientos en Logo. Usa las actividades anteriores para llevar al alumno a definir y aprender a correr un procedimiento para construir un cuadrado.
RNP-A4: Jugando con cuadrados <i>Referencia: [13]</i>	En esta actividad se pide al alumno trazar y escribir procedimientos para crear patrones con cuadrados, la figura base. Esta actividad tiene como propósitos: <ul style="list-style-type: none"> - Practicar con la primitiva REPITE. - Introducir el concepto de modularidad que será explorado con mayor profundidad más adelante. - Practicar la definición de procedimientos. - Deducción de instrucciones de interfase lo cuál requiere de análisis de la posición de la tortuga al término de cada llamada de la figura base, así como análisis de la composición total de la figura.

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

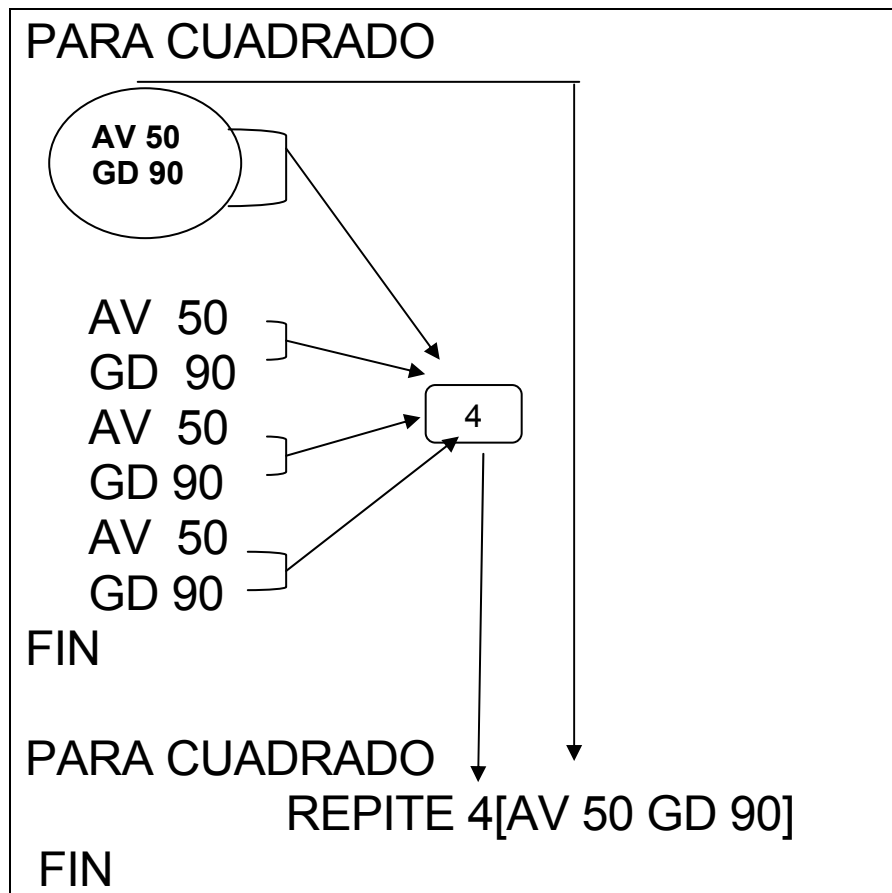
- ENCONTRANDO REPETICIONES
- LA PRIMITIVA REPITE

DESCRIPCIÓN:

Presentación de la primitiva **REPITE**: 'REPITE' permite repetir n veces una lista de instrucciones.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En la primera actividad, el alumno deberá deducir cuáles comandos se repiten (dentro de un procedimiento) al construir una figura, para que en la siguiente actividad haga uso de la primitiva **REPITE**, economizando así instrucciones y estructurando su pensamiento. Para el ejemplo del procedimiento que forma un cuadrado, se puede ilustrar el uso del **REPITE** de la siguiente manera:



Es importante fomentar en el alumno el uso de primitivas como **REPITE** que permiten construir programas más cortos y elegantes.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CREANDO NUEVAS PALABRAS.

(Definiendo Procedimientos en Logo)

DESCRIPCIÓN:

Introducción a la definición de procedimientos en Logo. Usa las actividades anteriores para llevar al alumno a definir y aprender a correr un procedimiento para construir un cuadrado

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Al definir un procedimiento le estamos enseñando a la tortuga una nueva palabra, la cual guardamos en la memoria activa y así, con solo llamarla en la ventana de comandos, se ejecutarán todas las instrucciones definidas dentro de esa palabra.

Para definir un procedimiento se utilizan las palabras '**PARA**' y '**FIN**':

'**PARA**' se utiliza seguido del nombre (y variables) del procedimiento

PARA <nombre del procedimiento>

y es la manera de iniciar la definición de un procedimiento. Es el título que da "la receta" con las instrucciones que definen al procedimiento.

Por ejemplo, la instrucción "**PARA CUADRADO**" es como decirle a Logo: "Para hacer un cuadrado sigue las siguientes instrucciones".

'**FIN**' indica que se han terminado las instrucciones que definen al procedimiento.

Es necesario enfatizar lo útil que resulta usar el editor para definir procedimientos, y se recomienda hacer notar al alumno la diferencia entre el modo directo y el uso del editor. El modo directo es útil para ensayar las instrucciones: se puede ocupar para trazar paso a paso un diseño, y ver en la pantalla el resultado de cada instrucción. Las nuevas palabras (procedimientos) se pueden definir tanto en modo directo como dentro del editor.

En modo directo, al teclear

PARA <nombre del procedimiento>

aparecen una sucesión de ventanas para teclear cada una de las líneas de instrucción que conforman dicho procedimiento, y continuarán apareciendo hasta que se teclee la instrucción FIN. Sin embargo, es mucho más recomendable sólo usar el editor para definir procedimientos, ya que allí se podrá ver y editar la totalidad de las instrucciones que conforman al procedimiento. En este sentido se recomienda introducir a los alumnos la definición de procedimientos mediante el editor y evitar introducir la definición de procedimientos en modo directo.

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD:

JUGANDO CON CUADRADOS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se pide al alumno trazar y escribir procedimientos para crear patrones con una figura base (en este caso con cuadrados).

Esta actividad tiene como propósitos:

- * Practicar con la primitiva REPITE.
- * Introducir el concepto de modularidad que será explorado con mayor profundidad más adelante.
- * Practicar la definición de procedimientos.
- * Deducción de instrucciones de interfase lo cuál requiere un análisis de la posición de la tortuga al término de cada llamada de la figura base, así como un análisis de la composición total de la figura.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Estos son ejemplos de procedimientos que se pueden crear para cada dibujo.

PARA TIRACUAD

REPITE 5 [CUADRADO AV <LADO DEL CUADRADO>]

FIN

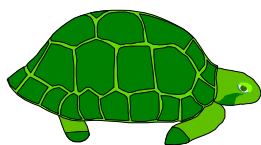
PARA DIAGCUAD

REPITE 5 [CUADRADO AV <LADO DEL CUADRADO> GD 90 ~

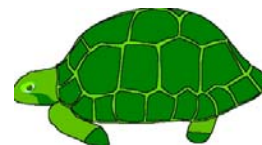
AV <LADO DEL CUADRADO> GI 90]

FIN

Nota técnica: Si en el editor de MSWLogo se desea escribir una lista de instrucciones que normalmente debe ser escrita en una sola línea, *partida en dos líneas*, se puede hacer esto usando el símbolo tilde: ~ , para indicar que la segunda línea es parte de la anterior.



UNIDAD 4:



POLÍGONOS REGULARES

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Que el alumno identifique las características generales de los polígonos regulares * Que el alumno identifique la relación entre el número de lados de un polígono regular y el ángulo de rotación
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de graficación * Uso de procedimientos con REPITE * Uso de variables.
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Reconocimiento de las características de los polígonos regulares. * Reproducción y trazado de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas. * Ejecución y descripción de los pasos de una construcción geométrica * Suma de los ángulos interiores de cualquier polígono regular * Utilización de una tabla para ver si dos cantidades varían proporcionalmente o no
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos <p>PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN</p> <ul style="list-style-type: none"> * Uso de tablas <p>2º Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo de nociones básicas de la geometría * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Reconocer situaciones análogas * Generalizar resultados

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>POL-A1: Polígonos regulares</p> <p><i>Referencias: [7] [8]</i></p>	<p>En la primera parte de esta actividad, se pide al alumno que construya diferentes polígonos regulares. Se inicia la construcción de procedimientos con figuras básicas como el cuadrado y el triángulo para luego dar paso a la generalización, identificando la relación entre el número de lados de un polígono regular y el ángulo de rotación (ángulo de rotación = $360/\text{número de lados}$)</p>
<p>POL-A2:</p> <p>Generalizando: Un procedimiento para cualquier polígono regular</p>	<p>En esta actividad se pretende que el alumno construya un procedimiento general que dibuje cualquier polígono regular, tomando en cuenta la relación que se identificó en la actividad anterior.</p>
<p>POL-A3: De polígonos a círculos</p> <p><i>Referencias [7] [8]</i></p>	<p>En esta actividad se utiliza el procedimiento general para un polígono regular para aproximar un círculo mediante un polígono de muchos lados (360, 720, etc.).</p>

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- POLÍGONOS REGULARES
- GENERALIZANDO: UN PROCEDIMIENTO PARA CUALQUIER POLÍGONO REGULAR

DESCRIPCIÓN:

En la primera parte de la actividad “Polígonos Regulares” se pide al alumno que construya diferentes polígonos regulares. Se inicia la construcción de procedimientos con figuras básicas como el cuadrado y el triángulo para luego dar paso a la generalización, identificando la relación entre el número de lados de un polígono regular y el ángulo de rotación.

En la actividad “Generalizando”, se pretende que el alumno construya un procedimiento general que dibuje cualquier polígono regular, tomando en cuenta la relación que se identificó en la actividad anterior.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Aunque al principio se puede dejar que los alumnos construyan como lo deseen cada uno de los polígonos, será importante alentarlos para que construyan sus procedimientos para crear polígonos regulares utilizando la primitiva REPITE, ya que esto facilitará el análisis de la segunda parte de la actividad.

En la segunda parte, se utiliza una tabla de datos para analizar la relación entre el número de lados de un polígono regular y el ángulo de rotación:

$$\text{ángulo de rotación} = 360 / \text{número de lados}$$

La construcción en Logo requiere describir en forma explícita el número de lados y el ángulo de rotación. Se utiliza una tabla para estructurar la información de los casos particulares que se van construyendo.

Se espera que mediante la construcción de casos particulares y el análisis de la información recopilada en la tabla, el alumno descubra la relación para poder construir cualquier polígono.

Si el alumno ya maneja variables, se puede pedirle que construya un programa general para la construcción de cualquier polígono regular.

Por ejemplo

**PARA POLIGONO :NUMLADOS :LADO
 REPITE :NUMLADOS [AVANZA :LADO GIRADERECHA 360 / :NUMLADOS]
 FIN**

Este programa describe de forma explícita la relación entre el número de lados de un polígono regular y el ángulo de rotación.

Si aún no se han introducido variables, este es un buen momento para hacerlo, cuando el alumno investiga la pregunta en la que se pide escribir un procedimiento general para dibujar cualquier polígono regular.

POL-A3

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

DE POLÍGONOS A CÍRCULOS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se utiliza el procedimiento general para un polígono regular para aproximar un círculo mediante un polígono de muchos lados (360, 720, etc.).

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se puede pensar en que un círculo se puede aproximar a través de polígonos regulares de muchos lados, y así se podrá crear un procedimiento como este:

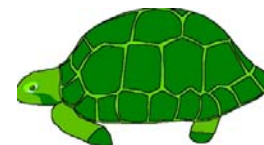
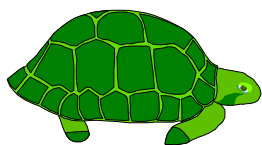
**PARA CIRCULO
 REPITE 360 [AV 1 GD 1]
 FIN**

NOTA IMPORTANTE: Es importante recordar y señalar a los alumnos, que procedimientos como estos sólo son APROXIMACIONES a un círculo, y no constituyen verdaderos círculos, sino polígonos regulares de muchos lados.

Para hacer círculos más pequeños o más grandes se pueden variar las entradas de AV. También se puede disminuir la entrada de GD, multiplicando proporcionalmente la entrada de REPITE para que se logre completar el círculo, lo cuál se puede escribir con una variable de la siguiente manera:

REPITE 360 * :K [AV 1 GD 1 / :K]

Un ejemplo de la aplicación de esta idea puede ser: **REPITE 720 [AV 1 GD 0.5]**



UNIDAD 5: APRENDIENDO A GENERALIZAR

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	* Introducción al concepto de variable
REQUISITOS DE LOGO	* Primitivas básicas de graficación * Definición de procedimientos y uso del editor * Primitiva REPITE
CONTENIDOS DE LOGO	* Uso de variables
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	* Introducción al concepto de variable * Generalización * Primeras reglas de escritura algebraica * Problemas que conducen a la escritura de expresiones algebraicas sencillas * Construcción de figuras básicas de perpendiculares y paralelas
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	1er. Grado: GEOMETRÍA: * Dibujos y Trazos geométricos PREALGEBRA: * Iniciación al uso de literales 2° Grado: ARITMÉTICA * Números naturales EN GENERAL: * Reconocer situaciones análogas * Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo * Introducción a ejercicios de sustitución algebraica

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
VAR-A1: Cuadrados de diferentes tamaños	Actividad de generalización. En esta actividad el alumno analizará procedimientos para identificar los comandos que varían al hacer de distintos tamaños un mismo dibujo, y explicará su idea para hacer un procedimiento general, que dibuje la misma figura de tamaño diferente.
VAR-A2: Generalizando con variables	Introducción al concepto de variable. Se describe el formato que debe llevar un procedimiento con variables.
VAR-A3: Números y variables	Introducción a operaciones sobre variables: se trabajan procedimientos que requieren de operaciones sobre variables (variable como relación funcional)
VAR-A4: Más generalizaciones	
VAR-A5: Rectángulos	Creación de procedimientos con operación sobre una variable: El alumno construirá un rectángulo y después modificará su procedimiento para que la altura sea el doble de la base.
VAR-A6: Rectángulos de diferentes tamaños	Introducción al uso de varias variables. En esta actividad se incorpora otra variable en el procedimiento RECTANGULO, iniciando así el trabajo con dos (o más) variables.
VAR-A7: Creando Polígonos	Actividad que complementa el trabajo con dos variables. Se relaciona con la unidad 4 Polígonos, se creará un procedimiento general para cualquier polígono de tamaño variable.

VAR-A1

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CUADRADOS DE DIFERENTES TAMAÑOS

DESCRIPCIÓN:

Actividad de generalización. En esta actividad el alumno analizará procedimientos para identificar los comandos que varían al hacer de distintos tamaños un mismo dibujo, y explicará su idea para hacer un procedimiento general, que dibuje la misma figura de tamaño diferente.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se pretende que el alumno modifique en el editor su procedimiento CUADRADO; cambiando el valor del avanza varias veces, con la finalidad de que reflexione y descubra cuál es el valor que varia (la variable)

Se sugiere al profesor que aliente al alumno a escribir su propia versión para crear un procedimiento general, es decir; que describa los movimientos que hará Tortuguita, sin que tenga que ocupar los comandos en su descripción. Esto es para que interprete intuitivamente la primitiva REPITE. Esta actividad funciona como la base para introducir a continuación el concepto de variable en Logo.

VAR-A2

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

GENERALIZANDO CON VARIABLES

DESCRIPCIÓN:

Introducción al concepto de variable. Se describe el formato que debe llevar un procedimiento con variables.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Esta actividad es la primera que abarca el concepto de variable en Logo, por lo que es importante no perder de vista la nota que indica el formato que debe llevar un procedimiento con variable (el espacio que separa el nombre del procedimiento de la declaración de la variable, y la ausencia de espacio entre los dos puntos y el nombre de la variable).

El procedimiento **SEGMENTO**, se presenta con la variable **:TAMAÑO**; esto nos indica que podemos hacer segmentos de tamaño cualquiera, porque al correr el procedimiento le asignaremos un valor a la variable **:TAMAÑO**, indicando así la medida deseada para el segmento.

La actividad sugiere probar **SEGMENTO 250**, **SEGMENTO 100**, **SEGMENTO -150** que producirán respectivamente segmentos de tamaños 250, 100 y -150 (en este último caso hacia atrás debido al signo negativo). Será bueno alentar a los alumnos a que prueben con más valores si lo desean.

En la segunda parte de esta actividad se describe cuál es la función de las variables y cómo se puede trabajar con una o más variables.

El siguiente procedimiento dibuja un cuadrado de tamaño variable cómo se pide en la actividad. Se recuerda al profesor que también se pueden usar variables para REPITE.

```

PARA CUADRADO :TAM
REPITE 4[AV :TAM GD 90]
FIN

```

VAR-A3

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

NÚMEROS Y VARIABLES

DESCRIPCIÓN:

Introducción a operaciones sobre variables: se trabajan procedimientos que requieren de operaciones sobre variables (variable como relación funcional).

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta ocasión para obtener el doble de un número cualquiera se puede usar la primitiva **ESCRIBE** (o si se desea ROTULA). Hay varias posibles maneras de escribir el procedimiento **DOBLE**. Por ejemplo:

```

PARA DOBLE :NUM
ESCRIBE :NUM * 2
FIN

```

```

PARA DOBLE :NUM
ESCRIBE :NUM + :NUM
FIN

```

Pero se hace notar que para la siguiente pregunta, la construcción del procedimiento **TERCIO**, obliga a utilizar la estrategia multiplicativa (o divisiva) que se utiliza en la primera solución de **DOBLE** arriba, ya que en este caso no funciona una estrategia aditiva. Las posibles soluciones para **TERCIO** son:

```

PARA TERCIO :NUM
ESCRIBE :NUM / 3
FIN

```

```

PARA TERCIO :NUM
ESCRIBE :NUM * 1/3
FIN

```

Se recomienda alentar a los alumnos a que comparen sus soluciones y que se discuta por qué se obtiene el mismo resultado.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

MÁS GENERALIZACIONES

DESCRIPCIÓN:

Se continúa la introducción a operaciones sobre variables: se trabajan procedimientos que requieren de operaciones sobre variables (variable como relación funcional).

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad, en un primer momento, se le pide al alumno que considere el procedimiento **PATRON**: es decir, no se pretende que lo pase al editor y lo pruebe, sino que se quiere que el alumno se detenga a analizarlo, y visualice los desplazamientos de la Tortuga, para que más adelante pueda describir qué hace, o qué formas se trazaran.

De esta manera, habiendo reflexionado sobre el procedimiento, al pedirle que añada una variable para el tamaño, será más fácil que tenga un entendimiento de cuál es el valor que varía y cómo.

El procedimiento **PATRON** completo podría quedar así:

```

PARA PATRON :TAMAÑO
AV :TAMAÑO
GD 90
AV :TAMAÑO / 2
FIN

```

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

RECTÁNGULOS

DESCRIPCIÓN:

Creación de procedimientos con operación sobre una variable: El alumno construirá un rectángulo y después modificará su procedimiento para que la altura sea el doble de la base.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El siguiente procedimiento ocupa la variable **:BASE** para construir un rectángulo como el solicitado.

```

PARA RECTANGULO :BASE
REPITE 2 [AV :BASE * 2 GD 90 AV :BASE GD 90]
FIN

```

VAR-A6

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

RECTÁNGULOS DE DIFERENTES TAMAÑOS

DESCRIPCIÓN:

Introducción al uso de varias variables En esta actividad se incorpora otra variable en el procedimiento **RECTANGULO**, iniciando así el trabajo con dos (o más) variables.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El siguiente procedimiento lo integran dos variables, una para el ancho y otra para el largo de un rectángulo cualquiera.

```

PARA RECTANGULO :ANCHO :LARGO
REPITE 2[AV :ANCHO GD 90 AV :LARGO GD 90]
FIN

```

VAR-A7

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CREANDO POLÍGONOS

DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES:

Actividad que complementa el trabajo con dos variables. Se relaciona con la Unidad 4: Polígonos Regulares, ya que requiere escribir un procedimiento general para dibujar un polígono regular cualquiera y de tamaño variable.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El siguiente procedimiento lo integran dos variables, una para el número de lados y otra para el tamaño del lado.

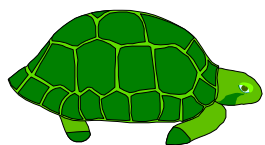
```

PARA POLIGONO :NUMLADOS :TAM
REPITE :NUMLADOS [AV :TAM GD 360/:NUMLADOS]
FIN

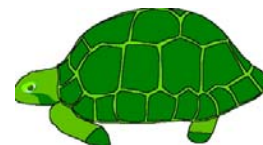
```

Por ejemplo, para producir un octágono de lado 150 se tecléa: **POLIGONO 8 150**

y para un heptágono de lado 80: **POLIGONO 7 80**



UNIDAD 6: MOLINOS



PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo del uso de modularidad para la resolución de problemas y programación en Logo. * Desarrollo de razonamiento deductivo, capacidades de análisis y síntesis, y habilidad de planear y estructurar la resolución de un problema. Es decir: * Que el alumno aprenda a analizar un problema (e.g. una figura), identifique los diferentes componentes que estructuran el problema (figura) y la relación entre ellos, y así planifique la resolución de un problema (figura) complejo mediante la combinación de problemas (figuras) más pequeños
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de graficación * Primitiva REPITE * Uso de variables. <p>UNIDADES: 1-Conociendo a Logo, 3-Repeticiones y nuevas palabras, 5-Aprendiendo a Generalizar.</p>
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Concepto de modularidad en la construcción de procedimientos Logo * Introducción al uso de colores
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Medición de ángulos para la reproducción de figuras. * Familiarización con los trazos y el vocabulario básico de la geometría. * Construcción de figuras modificando las características de una figura base. * Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría. * Observación y uso de propiedades de simetría: conservación de la colinealidad, las distancias y los ángulos * Reproducción y trazo de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas * Uso de características de ángulos de figuras geométricas * Construcción de figuras con rectas y paralelas.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos: * Simetría Axial <p>2° Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras Básicas y Trazos Geométricos: * Simetría Axial <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Predecir resultados * Desarrollar en el alumno razonamiento deductivo * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
MOLI-A1: Modularidad	Construcción de programas complejos usando subprocedimientos
MOLI-A2: Molinos y Rehiletes <i>Referencia [7], [8]</i>	Esta actividad requiere un análisis similar al de la Unidad Polígonos regulares. También tiene aspectos en común con las actividades de la Unidad Figuras Complejas. Es por ello, que se puede realizar esta actividad después de la Unidad Polígonos y antes (o después) de la de Construyendo Figuras Complejas.
MOLI-A3: Abanicos <i>Referencia [9]</i>	Aquí el patrón a repetir es un triángulo equilátero, en donde el tamaño cambia. Se requiere analizar las instrucciones de interfase y la proporción en la que cambia la figura base.
MOLI-A4: Patrón de isósceles <i>Referencia [9]</i>	En esta actividad se requiere poner atención particular a la orientación de las figuras. La actividad principal es la organización de un patrón, lo que requiere un análisis de la figura y la construcción de instrucciones de interfase

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

MODULARIDAD

DESCRIPCIÓN:

Construcción de programas complejos usando subprocedimientos

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La modularidad es una manera importante de programar: se usan subprocedimientos para crear programas (procedimientos) más complejos.

Es importante fomentar en el alumno para que trabaje con modularidad: Esto ayuda a estructurar las ideas y llegar a la solución de problemas.

Un propósito de esta actividad es la reflexión de cómo funcionan y se combinan los subprocedimientos en un programa. Así pues, el procedimiento para crear la figura mostrada (el hexágono) solo requiere una simple modificación del ángulo entrada de GD en el procedimiento **ABANICO**:

PARA HEXAGONO
REPITE 6 [TRIANGULO GD 60]
FIN

PARA TRIANGULO
REPITE 3 [AV 50 GD 120]
FIN

NOTA: Cuando se trabaja con modularidad, siempre es importante enfatizar a los alumnos que en cada subprocedimiento la posición final de la tortuga sea igual a la inicial (es decir que haya Transparencia de Estado), pues esto facilitará la construcción de la figura más compleja que se desea.

NOMBRE DE LAS ACTIVIDADES:

MOLINOS Y REHILETES 1, 2

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades se rota repetidamente una figura para crear figuras como molinos y rehiletes. Estas actividades requieren de un análisis similar al de la **Unidad 4: Polígonos Regulares**, ya que se tendrá que calcular el número de repeticiones de la figura, en función del ángulo de rotación entre una instancia de la figura y otra.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Además de presentarse conceptos matemáticos similares a los encontrados en la **Unidad 4: Polígonos Regulares**, estas actividades también tienen aspectos en común con las actividades de la **Unidad 8: Más Procedimientos Modulares**. Es por ello que se pueden realizar estas actividades después de la Unidad 4: Polígonos Regulares y antes (o después) de la Unidad 8: Más Procedimientos Modulares.

Por otro lado también se recomienda ya haber visto la **Unidad 2 Viaje Total** antes de hacer estas actividades para que los alumnos, puedan utilizar el Teorema del Viaje Total, recordando que un recorrido total (donde la tortuga cumple con el principio de transparencia de estado; es decir cuando empieza y termina en la misma posición y rumbo) siempre será de 360° . Utilizando este teorema, se podrá encontrar la relación entre el número de repeticiones de la figura y la medida del ángulo de rotación entre cada repetición.

El procedimiento particular que utiliza dicha relación es:

PARA REHILETE
REPITE 10 [CUADRADO GD 36]
FIN

ya que (utilizando el Teorema del Viaje Total): $10 \times 36 = 360$

Generalizando, se tiene

Núm. de repeticiones de la figura \times Ángulo de rotación entre las repeticiones = 360°

Será importante alentar a los alumnos a llenar la tabla de la hoja de trabajo **y discutir con ellos la relación encontrada**, haciendo notar el papel del Teorema del Viaje Total y la similitud con la construcción de un procedimiento para un polígono regular vista en unidades anteriores.

El procedimiento particular de arriba se puede modificar añadiendo una variable que muestra de manera algebraica la relación encontrada. Dicha variable puede ser para el número de repeticiones de la figura, o para el ángulo rotado. A continuación damos ambas muestras de ambas versiones:

Versión 1:

PARA REHILETE :NUMREP
REPITE :NUMREP [CUADRADO GD 360/:NUMREP]
FIN

Versión 2:

PARA REHILETE :ANGULO
REPITE 360/:ANGULO [CUADRADO GD :ANGULO]
FIN

Nota recordatoria: Si el procedimiento **CUADRADO** que se utilice tiene una variable para su tamaño, esta también deberá añadirse en la definición del procedimiento.

Ejemplo:

**PARA REHILETE :TAM :ANGULO
 REPITE 360/:ANGULO [CUADRADO :TAM GD :ANGULO]
 FIN**

El procedimiento **MOLINO** (para cualquier otra figura que se desee rotar) será similar a **REHILETE**, reemplazando **CUADRADO** por el nombre del subprocedimiento de la nueva figura.

Si se rota un rectángulo de lados variables, dado por un procedimiento como **RECTANGULO** abajo, el procedimiento **MOLINO** puede ser como el siguiente (o alternativamente usando una variable para el número de repeticiones):

**PARA MOLINO :A :B :ANGULO
 REPITE 360/:ANGULO [RECTANGULO :A :B GD :ANGULO]
 FIN**

donde RECTANGULO está dado por:

**PARA RECTANGULO :A :B
 REPITE 2 [AV :A GD 90 AV :B GD 90]
 FIN**

MOL-A3

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ABANICOS

DESCRIPCIÓN

Aquí se utiliza como figura base un triángulo equilátero, con variación en su tamaño. Se requiere analizar las instrucciones de interfase y la proporción en la que cambia la figura base.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Para reproducir el dibujo que se pide, se necesita reconocer los pasos para crear la figura base, el triángulo equilátero; y determinar la manera en que los triángulos se orientan y principalmente cómo varían de tamaño. La variación del tamaño puede expresarse de manera lineal (o sea la figura puede ir decreciendo o creciendo restando o sumando alguna cantidad) –ver versión 1 del procedimiento ABANICO abajo- o se puede expresar multiplicando por una razón –ver versiones 2.

Además, al igual que en la actividad que le sigue, “Patrón de Isósceles” el alumno requiere prestar atención a la manera de orientar las figuras base.

|Se pueden utilizar programas como estos:

<p>PARA EQUILATERO :TAM REPITE 3 [AV :TAM GD 120] FIN</p>	<p><u>Versión 1:</u> PARA ABANICO :TAM CENTRO GD 180 EQUILATERO :TAM GI 25 EQUILATERO :TAM - 10 GI 25 EQUILATERO :TAM - 20 GI 25 EQUILATERO :TAM - 30 GI 25 EQUILATERO :TAM - 40 GI 25 FIN</p>
<p><u>Versión 2a:</u> PARA ABANICO :TAM CENTRO GD 180 EQUILATERO :TAM GI 25 EQUILATERO :TAM * 3/4 GI 25 EQUILATERO :TAM * 1/2 GI 25 EQUILATERO :TAM * 1/4 GI 25 EQUILATERO :TAM * 1/8 GI 25 FIN</p>	<p><u>Versión 2b:</u> PARA ABANICO :TAM CENTRO GD 180 EQUILATERO :TAM GI 25 EQUILATERO :TAM / 2 GI 25 EQUILATERO :TAM / 3 GI 25 EQUILATERO :TAM / 4 GI 25 EQUILATERO :TAM / 5 GI 25 FIN</p>

Se recomienda al profesor que incite a la reflexión de las diferentes maneras de hacer variar el tamaño de la figura base. De esta manera, esta actividad servirá como introducción para las actividades de razón y proporción.

Nota: Esta actividad también es útil para introducir la primitiva **CUENTAREPITE** que devuelve el número de repetición que se está ejecutando al usar **REPITE**. Usando esta primitiva, el procedimiento quedaría como:

Versión 3:

**PARA ABANICO :TAM
CENTRO
GD 180
REPITE 5 [EQUILATERO :TAM / CUENTAREPITE GI 25]
FIN**

Obsérvese que esta versión construye una figura IDENTICA a la dada en la versión 2b.

Versión 4:

En etapas avanzadas este dibujo puede ser graficado más adecuadamente utilizando recursividad.

PARA ABANICO :TAM
SI :TAM < 20 [ALTO]
EQUILATERO :TAM GI 25
ABANICO :TAM * 3/4
FIN

La figura, posicionada como se muestra en la hoja de trabajo, se puede entonces formar tecleando:

BP GI 180 ABANICO 100

MOL-A4

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

PATRÓN DE ISÓSCELES

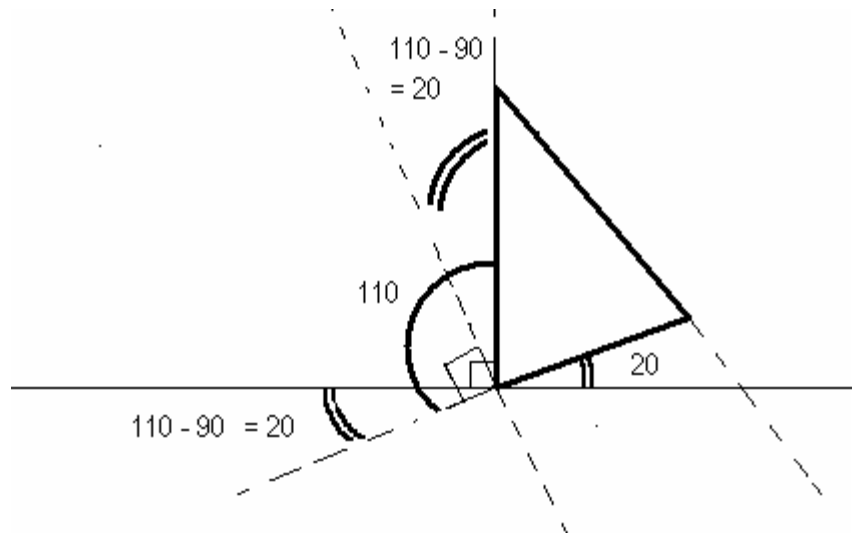
DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se pide construir una figura en la que se rota un triángulo isósceles para formar una patrón dado. La diferencia con actividades previas, es que la rotación no se hace en torno a un vértice de la figura. Para construir este patrón, se requiere un análisis de la figura y la construcción de instrucciones de interfase poniendo atención particular en la orientación de los triángulos. Esta actividad tiene un grado de dificultad relativamente alto, por lo que se clasifica como un reto para los alumnos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad la figura compleja dada requiere de cuatro triángulos generados por el procedimiento **ISOSCELES**, cada uno con orientación diferente a la que construye el programa con la tortuga en posición inicial. Siendo que el procedimiento **ISOSCELES** no construye un triángulo equilátero, el alumno, al construir la figura compleja tiene que prestar particular atención a la manera de orientar los triángulos isósceles. Se necesita por lo tanto, una reflexión sobre las instrucciones de interfase entre una figura base y otra.

Cabe notar que **ISOSCELES** no construye un triángulo isósceles con base horizontal, para que el alumno tenga que deducir el ángulo para necesario para posicionar el triángulo en las diversas posiciones requeridas (es importante, además, evitar fomentar la idea de que un triángulo debe tener base horizontal). Recomendamos se aliente a los alumnos a analizar, a partir del procedimiento dado para **ISÓSCELES**, el valor de los ángulos internos y de rotación del patrón haciendo bosquejos con papel y lápiz, e incluso discutiéndolos en grupo.

PARA ISOSCELES**AV 150****GD 140****AV 150****GD 110****AV 103****GD 110****FIN**

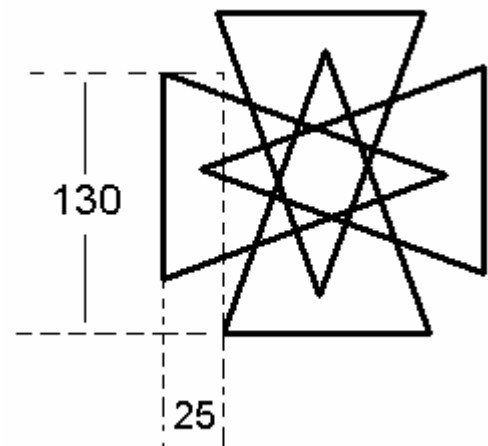
Así, se puede ver que el ángulo que se necesita para “enderezar” el triángulo, o el patrón completo, es mediante un giro a la derecha de 20 grados (GD 20).

Hay varias maneras de abordar el problema:

- se puede construir el patrón, independientemente de su orientación, y una vez completado, posicionar la tortuga de tal manera que el patrón este sobre una base horizontal;
- o se puede, desde un inicio, intentar orientar como se pide, los triángulos isósceles.

Independientemente del enfoque que se tome, a partir también del análisis hecho más arriba, se puede ver que entre cada triángulo, hay que repositonar a la tortuga dando un giro a la izquierda de 20° (GI 20) para que la tortuga quede apuntando de manera perpendicular a la base (o alternativamente deshacer la ultima instrucción GD 110, girando a la izquierda 110 (GI 110).para quedar en la dirección de la base). A partir de ese nuevo rumbo se puede fácilmente llevar a la tortuga a su nueva posición de inicio desde donde se trazará el siguiente triángulo.

Una manera de llevar a la tortuga a su nueva posición es, de acuerdo a las medidas dadas en el dibujo dado, moviendo la tortuga (con el lápiz arriba) 130 pasos adelante (AV 130), girar a la derecha 90° (GD 90) y retroceder 25 pasos (RE 25); allí se puede bajar el lápiz.



Basta entonces repetir todos estos pasos 4 veces. Así pues el patrón se puede trazar mediante un procedimiento como el siguiente:

PARA PATRON

BP

GD 20 ← para enderezar el dibujo

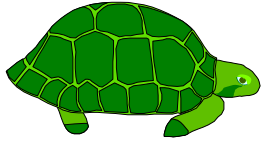
REPITE 4 [ISOSCELES GI 20 SL AV 130 GD 90 RE 25 GD 20 BL]

GI 20 ← para que haya transparencia de estado y la tortuga termine como empezó

FIN

Se puede, si se quiere, experimentar “abriendo” o “cerrando” el patrón: basta para ello cambiar la entrada de la instrucción de retroceder (RE) en el procedimiento PATRON que dimos.

Al final de la actividad, se sugiere al alumno experimentar reemplazando el procedimiento ISOSCELES con otras figuras base en PATRON, para así crear otras figuras. El alumno tendrá nuevamente que reflexionar sobre la posición de inicio y las instrucciones de interfase al cambiar la figura base.



UNIDAD 7:



MODULARIDAD

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo del uso de modularidad para la resolución de problemas y programación en Logo. * Desarrollo de razonamiento deductivo, capacidades de análisis y síntesis, y habilidad de planear y estructurar la resolución de un problema. Es decir: * que el alumno aprenda a analizar un problema (e.g. una figura), identifique los diferentes componentes que estructuran el problema (figura) y la relación entre ellos, y así planifique la resolución de un problema (figura) complejo mediante la combinación de problemas (figuras) más pequeños
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de graficación * Primitiva REPITE * Uso de variables. <p>UNIDADES: Conociendo a Logo, Repeticiones y Nuevas Palabras, Aprendiendo a Generalizar.</p>
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Concepto de modularidad en la construcción de procedimientos Logo * Introducción al uso de colores
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Medición de ángulos para la reproducción de figuras. * Familiarización con los trazos y el vocabulario básico de la geometría. * Construcción de figuras modificando las características de una figura base. * Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría. * Observación y uso de propiedades de simetría: conservación de la colinealidad, las distancias y los ángulos * Reproducción y trazo de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas * Uso de características de ángulos de figuras geométricas * Construcción de figuras con rectas y paralelas.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos: * Simetría Axial <p>2° Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras Básicas y Trazos Geométricos: * Simetría Axial <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Predecir resultados * Desarrollar en el alumno razonamiento deductivo * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
Usando colores	Hoja técnica que presenta el uso de colores y las primitivas PONCOLOR y RELLENA
<p>MOD-A1: Casas y castillos</p> <p>Referencia [4]</p>	<p>Para esta actividad se requiere llevar a cabo un análisis de los componentes que forman una figura para la creación de subprocedimientos y su combinación adecuada en un programa general.</p>
MOD-A2: Casas y castillos, más ideas	
MOD-A3: Construyendo un pueblo	Actividad optativa en donde se pretende hacer uso de comandos de transición en cada subprocedimiento para formar un procedimiento.

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- **CASAS Y CASTILLOS**
- **CASAS Y CASTILLOS: MÁS IDEAS**

DESCRIPCIÓN:

El propósito de estas actividades es fomentar en el alumno el trabajo con *modularidad*: es decir, el uso de subprocedimientos para crear programas más complejos.

En la primera actividad se pide construir dibujos de casas usando *módulos* para construir cada una de las partes como el techo, etc. La segunda actividad da ideas de cómo ampliar los dibujos de la primera actividad añadiendo torres a la casa para así convertirla en un castillo. Estas actividades requieren llevar a cabo un análisis de los componentes que forman cada figura, para así poder construir los subprocedimientos y su combinación adecuada en un programa general.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se sugiere recordar al alumno que:

- * Es muy importante que al terminar cada subprocedimiento la posición de la Tortuga sea igual a la inicial (que haya Transparencia de Estado), ya que esto facilitará la combinación de procedimientos.
- * En el trabajo con modularidad los comandos de transición (es decir, los comandos que mueven a la tortuga entre una de las subfiguras y otra) requieren de un especial análisis pues de ellos depende el resultado final.

Posibles soluciones para la actividad de la construcción de la casa son:

Subprocedimientos:

PARA PARED
REPITE 4[AV 100 GD 90]
FIN

PARA TECHO
REPITE 3[AV 100 GD 120]
FIN

Procedimiento principal:

PARA CASA
PARED
AV 100
GD 30
TECHO
GI 30
RE 100
FIN

Para crear el castillo, se pueden utilizar procedimientos como los siguientes:

Nuevos subprocedimientos:

PARA TORRE

PILAR

AV 150

GD 30

PUNTA

GI 30

RE 150

FIN

PARA PILAR

REPITE 2 [AV 150 GD 90 AV 50 GD 90]

FIN

PARA PUNTA

REPITE 3 [AV 50 GD 120]

FIN

Procedimiento principal:

PARA CASTILLO

TORRE

GD 90

AV 50

GI 90

CASA

GD 90

AV 100

GI 90

TORRE

FIN

* Los programas pueden utilizar tantos subprocedimientos como sea necesario, como en la solución alterna dada abajo. Aquí, los subprocedimientos BRINCO contienen los diferentes comandos de transición:

PARA CASTILLO

TORRE

BRINCO1

CASA

BRINCO2

TORRE

FIN

BRINCO1

GD 90 AV 50 GI 90

FIN

BRINCO2

GD 90 AV 100

GI 90

FIN

MOD-A2

TITULO DE LA ACTIVIDAD:

CONSTRUYENDO UN PUEBLO

DESCRIPCIÓN:

Esta es una actividad optativa que sigue a las de “Casas y Castillos” para ejercitar más la creación de programas modulares y el pensamiento modular. Utilizando los procedimientos de las actividades anteriores se pide la construcción de un pueblo, lo cuál pone énfasis en la construcción de comandos de transición entre los subprocedimientos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad, los comandos de transición que se necesitarán son aquellos que desplacen a la tortuga sin que dibuje una línea entre una casa (o castillo) y otro.

Este puede ser un procedimiento para PUEBLO:

PARA PUEBLO	PARA ESPACIO
CASA	GD 90 SL
ESPACIO	AV 90
CASA	GI 90
ESPACIO	BL
CASA	FIN
ESPACIO	
FIN	

Usando REPITE:

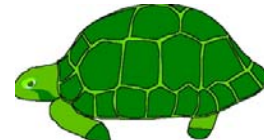
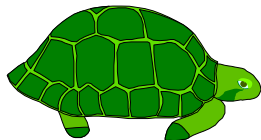
```

PARA PUEBLO
REPITE 3[CASA ESPACIO]
FIN

```

Si ya se han visto variables, es posible que los alumnos hagan sus procedimientos usando variables; si esto no sucede, el maestro podría sugerirlo y así el pueblo podría tener casas de diferentes tamaños.

Nota: Al reverso de esta actividad se da la hoja técnica “Usando Colores”. Se da esta información ya que los alumnos muchas veces piden este tipo de comandos que hacen más amenas las actividades.



UNIDAD 8: MÁS PROCEDIMIENTOS MODULARES

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo de razonamiento deductivo, capacidades de análisis y síntesis, y habilidad de planear y estructurar la resolución de un problema. Es decir: <ul style="list-style-type: none"> - que el alumno aprenda a analizar un problema (e.g. una figura), - identifique los diferentes componentes que estructuran el problema (figura) y la relación entre ellos, y así - planifique la resolución de un problema (figura) complejo mediante la combinación de problemas (figuras) más pequeños
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de graficación * Primitiva REPITE * Uso de variables. <p>UNIDADES: Conociendo a Logo, Repeticiones y Nuevas Palabras, Aprendiendo a Generalizar.</p>
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Concepto de modularidad en la construcción de procedimientos Logo * Introducción al uso de colores
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Medición de ángulos para la reproducción de figuras. * Construcción y reproducción de figuras utilizando dos o más ejes de simetría. * Observación y uso de propiedades de simetría: conservación de la colinealidad, las distancias y los ángulos * Reproducción y trazo de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas * Uso de características de ángulos de figuras geométricas
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos: * Simetría Axial <p>2º Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras Básicas y Trazos Geométricos * Simetría Axial <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Predecir resultados * Desarrollar en el alumno razonamiento deductivo * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>MPM-A1: Secretos, Más Secretos</p> <p><i>Referencia: [8]</i></p>	<p>Actividad en la que el alumno reproducirá figuras a partir de otras, anticipando y verificando sus resultados.</p>
<p>MPM-A2: La Tarántula</p> <p><i>Referencia: [11]</i></p>	<p>En esta actividad el alumno necesitará hacer una reflexión de un problema (dibujo), los componentes que lo constituyen y a planeación de su solución. Identificación también del eje de simetría de la figura.</p>

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- SECRETOS
- MÁS SECRETOS

DESCRIPCIÓN:

Actividades en las que el alumno construirá diferentes figuras a partir de la modificación de un subprocedimiento (SECRETO), anticipando y verificando sus resultados.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La secuencia de estas actividades ha sido diseñada para que el alumno vaya desarrollando razonamientos deductivos. Se da un procedimiento principal (REHILETE) mediante el cuál se pueden construir diferentes figuras simplemente modificando su subprocedimiento SECRETO. Estas actividades requerirán de la anticipación y verificación de resultados, así como del uso de la imaginación, trabajo de visualización y ubicación espacial. Cabe señalar que para algunos casos, encontrar un subprocedimiento SECRETO que produzca la figura requerida, puede ser bastante difícil.

Así pues, para todos los dibujos el procedimiento para REHILETE es el mismo:

PARA REHILETE
REPITE 8 [SECRETO GD 45]
FIN

Los diferentes subprocedimientos SECRETO pueden ser, correspondientemente para cada caso, como los siguientes:

PARA SECRETO1
AV 50 GD 45
AV 10 RE 10 GI 90
AV 10 RE 10 GD 45
RE 50
FIN

PARA SECRETO3
AV 50 GD 110
AV 37 RE 37
GI 110 RE 50
FIN

PARA SECRETO2
GI 45 AV 30
FIN

PARA SECRETO4
REPITE 45 [AV 1 GD 1]
GD 135
REPITE 45 [AV 1 GD 1]
GD 135
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

LA TARÁNTULA

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se pide la construcción del dibujo de una tarántula. Tras pedirle al alumno unos minutos de reflexión sobre el problema, se le dan al alumno procedimientos incompletos que necesitara completar y corregir para poder construir la figura. En particular, el alumno necesitará:

- * Reflexionar sobre el problema (dibujo), los componentes que lo constituyen y la planeación de su solución.
- * Identificar el eje de simetría de la figura.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La primera hoja de trabajo de esta actividad es simplemente para que el alumno lleve a cabo una reflexión previa sobre el problema, pero no se desea que pase mucho tiempo tratando de resolverlo, ya que se desea que pase a la siguiente parte de la actividad.

En la segunda parte de la actividad el alumno tendrá que analizar la solución parcial y errónea que se provee, para poderla corregir. La depuración de programas es una actividad valiosa que fomenta la reflexión y análisis detallado de las instrucciones simbólicas.

El programa principal que construye la figura, será un procedimiento modular. Se necesitará identificar el eje de simetría de la figura y aplicar propiedades de simetría como: conservación de la colinealidad, de las distancias y de los ángulos, al mismo tiempo que se identifican cuáles serán instrucciones inversas.

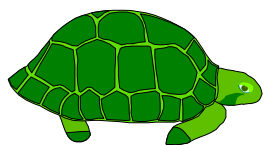
Un procedimiento TARANTULA terminado puede ser como el siguiente:

**PARA TARANTULA
PATASDER
GI 80
PATASIZQ
FIN**

**PARA PATASDER
REPITE 4 [GD 20 PATADER]
FIN**

**PARA PATASIZQ
REPITE 4 [GI 20 PATAIZQ]
FIN**

**PARA PATADER
AV 50 GD 90 AV 50
RE 50 GI 90 RE 50
FIN
PARA PATAIZQ
AV 50 GI 90 AV 50
RE 50 GD 90 RE 50
FIN**



UNIDAD 9: FIGURAS COMPLEJAS

<p>PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Formar patrones y figuras complejas a partir de figuras básicas (triángulos, cuadrados, rectángulos y poligonales abiertas). * Que el alumno identifique los elementos fundamentales en un patrón geométrico y reflexione sobre la forma de combinar dichos elementos, construyendo instrucciones de interface, para construir una figura más compleja. * Que el alumno construya figuras complejas en las que la figura base varía de tamaño; esto implica un análisis de la manera en que la figura base varía y su posterior descripción mediante el código Logo.
<p>REQUISITOS LOGO</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de Primitiva REPITE * Variables * Modularidad
<p>CONTENIDOS MATEMÁTICOS</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Familiarización con los trazos geométricos y medidas de ángulos * Reproducción y trazado de figuras, diseños y patrones geométricos. * Trazado y construcción de patrones con polígonos regulares como base. * Ejecución y descripción de los pasos de una construcción geométrica * Concepto de variable, aplicado a la variación de tamaño * Desarrollo de la ubicación espacial, ya que el alumno debe mover a la tortuga independiente-mente de su orientación inicial
<p>CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM</p>	<p>1er Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y trazos geométricos <p>2° Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Iniciarse gradualmente en el razonamiento proporcional y sus aplicaciones * Desarrollo de la imaginación espacial

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>FIC-A1: Grecas y Escaleras I y II</p> <p><i>Referencia [1]</i></p>	<p>Se pretende iniciar el trazo de patrones utilizando líneas inclinadas y quebradas para formar una poligonal abierta como patrón, (el extremo inicial y final no coincide) En la segunda parte se cambiarán las figuras base para formar nuevos patrones</p>
<p>FIC-A2: Gráficas con Rectángulos</p> <p><i>Referencia [7]</i></p>	<p>Cuando el alumno dibuje su figura base (rectángulo, círculo) necesitará poner especial atención a las instrucciones de transición, porque de ellas dependerá que se forme la figura compleja.</p>
<p>FIC-A3: Patrones con Círculos</p> <p><i>Referencia [9]</i></p>	<p>También necesitará construir procedimientos generales para variar el tamaño de la figura base.</p>
<p>FIC-A4: Estrellas y Galaxias</p> <p><i>Referencia [11]</i></p>	<p>Actividad adicional en donde se requiere diseñar dos figuras ligeramente diferentes utilizando un mismo ángulo de giro.</p>

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

GRECAS Y ESCALERAS 1 Y 2

DESCRIPCIÓN:

Trazo de patrones utilizando como figuras básicas líneas inclinadas y quebradas para formar patrones poligonales abiertos (grecas).

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El alumno debe prestar particular atención a la orientación de la tortuga al término de cada figura base para poder construir las instrucciones de interfase y completar el patrón.

Cada una de las figuras se puede dibujar con un mismo procedimiento general usando modularidad:

**PARA FIGURA
REPITE 5 [PATRON]
FIN**

simplemente cambiando el subprocedimiento PATRON como se muestra abajo:

(Optativamente, también se pueden añadir variables para el tamaño :TAM, como se muestra abajo, o incluso otra para el número de repeticiones).

Obsérvese que en cada subprocedimiento PATRON, el rumbo de la tortuga termina como inició: el rumbo (aunque no la posición) tiene transparencia de estado.

Figura 1	PARA FIG1 :TAM REPITE 5 [PATRON1 :TAM] FIN	PARA PATRON1 :TAM GD 45 AV :TAM GD 90 AV :TAM GI 135 FIN
Figura 2	PARA FIG2 :TAM REPITE 5 [PATRON2 :TAM] FIN	PARA PATRON2 :TAM GD 45 AV :TAM SL GD 90 AV :TAM BL GI 135 FIN

Con el siguiente procedimiento (y subprocedimiento) se pueden dibujar las dos escaleras, modificando las variables, donde :NUM corresponde al número de escalones y :TAM al tamaño de los escalones.

**PARA ESCALERA :NUM :TAM
REPITE :NUM [ESCALON :TAM]
FIN**

**PARA ESCALON :TAM
AV :TAM GD 90 AV :TAM GI 90
FIN**

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- **GRÁFICAS CON RECTÁNGULOS**
- **PATRONES CON CÍRCULOS**

DESCRIPCIÓN:

Más actividades para construir figuras complejas a partir de una figura base. Al dibujar la figura base (rectángulo, círculo) se necesitará poner especial atención en las instrucciones de transición, porque de ellas dependerá que la construcción de la figura compleja. También se necesitará construir procedimientos generales para variar el tamaño de la figura base.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En la actividad “Gráficas con rectángulos” se da un ejemplo MUCHOSREC de cómo se pueden combinar figuras base e incluir subprocedimientos de transición: BRINCO contiene las instrucciones de transición que sirven para que la tortuga se desplace al lugar necesario para volver a trazar el rectángulo y se forme la figura compleja.

Modificando MUCHOSREC y su subprocedimiento BRINCO, el alumno podrá construir las otras figuras que se ilustran e inventar otras más.

Para la actividad “Patrones con Círculos” se espera que el alumno utilice las ideas de programación contenidas en la actividad “Gráficas con rectángulos”, para construir los procedimientos para las figuras dadas.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ESTRELLAS Y GALAXIAS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se diseñaran dos estrellas ligeramente diferentes pero cuya construcción puede ser muy diferente. El alumno tendrá que identificar el elemento que se debe variar en cada uno para que las estrellas sean de tamaño variable.

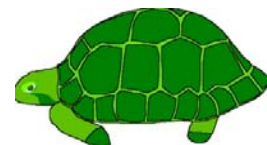
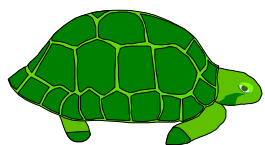
NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se pide al alumno que construya los procedimientos para cada una de las dos estrellas, que aunque son muy similares, se construyen de maneras diferentes. En el primer caso, sólo es necesario trazar las rectas que van desde un pico al opuesto, por lo que en ese caso sólo se necesita el ángulo de rotación en el pico, y el procedimiento es muy sencillo:

**PARA ESTRELLA :TAM
REPITE 5 [AV :TAM GD 144]
FIN**

En el segundo caso, se repiten los picos sin trazos interiores, por lo que se puede tomar al pico (**AV :TAM GD 144 AV :TAM**) como figura base y repetirla utilizando el ángulo de rotación entre un pico y el siguiente. El segundo procedimiento quedaría entonces como el siguiente:

**PARA OTRAESTRELLA :TAM
REPITE 5[AV :TAM GD 144 AV :TAM GI 72]
FIN**



UNIDAD 10: RAZÓN Y PROPORCIÓN

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Iniciación al uso de literales. * Que el alumno observe el efecto de la reducción o ampliación de figuras a escala * Uso del razonamiento proporcional y sus aplicaciones.
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de procedimientos con VARIABLE. * Aplicación de la idea de MODULARIDAD * Uso de la primitiva REPITE * Operaciones sobre variables * Unidades: 3-Repeticiones y nuevas palabras, 4-Aprendiendo a generalizar y 5-Trabajando Con Componentes.
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Constante o factor de proporcionalidad * Práctica del dibujo a escala * Efecto de una reducción o ampliación a escala sobre magnitudes lineales. * Trazo de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas * Uso de literales y otros temas que preparan el acceso al álgebra
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado:</p> <p>ARITMÉTICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Los números naturales y sus operaciones: Proporcionalidad <p>PREALGEBRA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Literales <p>2° Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos <p>3er. grado GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Semejanzas <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Iniciar gradualmente en el alumno el razonamiento proporcional y sus aplicaciones.

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>PROP-A1: Casas Y Pueblos Otra Vez</p>	<p>En esta actividad el alumno tendrá que analizar un procedimiento (MICASA) para modificarlo, poniendo especial atención a la proporción en la que está hecho el dibujo (una casa), para reducir o ampliarlo.</p>
<p>PROP-A2: Figuras A Escala</p>	<p>En esta actividad se muestra al alumno cómo modificar un procedimiento para hacer que una figura pueda ser de cualquier escala deseada, manteniendo la proporcionalidad. Para ello se muestra cómo añadir una variable para la escala.</p>
<p>PROP-A3: Letras <i>Referencias: [7], [8] [13] [11]</i></p>	<p>En todas estas actividades se pide al alumno que dibuje figuras (letras) a escala. Para ello el alumno tendrá que identificar los elementos a los que se aplica el factor de proporcionalidad (así como la invarianza de los ángulos) y entender cómo se aplica dicho factor.</p>
<p>PROP-A4: Personas <i>Referencias: [7] [8]</i></p>	<p>Actividad donde es necesario aplicar razones sobre las variables (y no variación lineal) para hacer las figuras proporcionales.</p>
<p>PROP-A5: Familias</p>	<p>Continuación de la actividad anterior.</p>
<p>PROP-A6: Árboles <i>Referencias: [7] [8]</i></p>	<p>Actividad donde es necesario aplicar razones sobre las variables (y no variación lineal) para hacer las figuras proporcionales. Familias es una actividad adicional donde se trabajan las ideas de la actividad anterior.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CASA Y PUEBLOS OTRA VEZ**DESCRIPCIÓN:**

En esta actividad el alumno tendrá que analizar el procedimiento **MICASA** para modificarlo, poniendo especial atención en la proporción en la que está hecho el dibujo (una casa), para reducir o ampliarlo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Para cambiar el tamaño de la figura, el alumno tendrá que identificar cuáles son los comandos que se deben modificar, y cuáles son invariantes. Algunos estudiantes tienden a querer sumar los valores que conforman el perímetro de la figura, pero al hacer esto se pierde la proporcionalidad. Si comenten este error es recomendable incitarlos a la reflexión y discusión para que entiendan porqué pasa esto y guiarlos para que desarrollen la idea de un factor de proporcionalidad: es decir que las longitudes tienen todas que ser multiplicadas por un mismo factor.

Así, para hacer una casa del doble del tamaño se haría lo siguiente:

PARA MICASA		PARA MICASA
AV 50 * 2	→	AV 100
GD 60		GD 60
AV 70 * 2	→	AV 140
GD 60		GD 60
AV 70 * :2	→	AV 140
GD 90		GD 90
AV 121 * 2	→	AV 242
GD 90		GD 90
FIN		FIN

Más adelante, en la actividad “Figuras a Escala” se introduce al alumno a la manera de añadir una variable para la escala. Si el alumno lo pide, se le puede dar esa actividad para que modifique **MICASA** usando una variable para la escala, como se muestra a continuación:

PARA MICASA :TAM
AV 50 * :TAM
GD 60
AV 70 * :TAM
GD 60
AV 70 * :TAM
GD 90
AV 121 * :TAM
GD 90
FIN

PROP-A2

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FIGURAS A ESCALA

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se muestra al alumno cómo modificar un procedimiento para hacer que una figura pueda ser de cualquier escala deseada manteniendo la proporcionalidad; para ello se muestra cómo añadir una variable para la escala.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Es importante que el alumno observe cuáles son los invariantes de una figura al trabajar con escalas: cambia el tamaño más no la medida de los ángulos y la proporcionalidad de los lados.

Un procedimiento general para construir la letra L puede ser el siguiente:

PARA ELE :ESCALA
AV 100 * :ESCALA
RE 100 * :ESCALA
GD 90
AV 50 * :ESCALA
RE 50 * :ESCALA
GI 90
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

PROP-A3

LETRAS

DESCRIPCIÓN:

En todas estas actividades se pide al alumno que dibuje figuras (letras) a escala. Para ello el alumno tendrá que identificar los elementos a los que se aplica el factor de proporcionalidad (así como la invarianza de los ángulos) y entender cómo se aplica dicho factor.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Para crear los procedimientos “E” o “Z” se debe identificar cuál es la constante de proporcionalidad en cada caso. Unos posibles procedimientos para construir esas letras de tamaño variable, son:

PARA LETRAE :TAM**GI 90****AV :TAM * 3****GD 90****AV :TAM * 2****GD 90****AV :TAM RE :TAM****GI 90****AV :TAM * 2****GD 90****AV :TAM * 3****FIN****PARA LETRAZ :LADO****GD 90****AV :LADO * 0.9****GD 148****AV :LADO****GI 148****AV :LADO * 0.9****FIN**

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- PERSONAS
- FAMILIAS

DESCRIPCIÓN:

Actividad donde es necesario aplicar razones sobre las variables (y no variación lineal) para hacer las figuras proporcionales. “Familias” es una actividad adicional donde se trabajan más las ideas de la actividad anterior.

En la actividad “Personas” será necesario aplicar razones sobre las variables (y no variación lineal) para hacer figuras proporcionales que son creadas usando procedimiento modulares. En la siguiente actividad se combinan los procedimientos creados en la actividad anterior para crear familias y poblaciones.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se sugiere al profesor que haga ver al alumno lo útil que será modificar primero los subprocedimientos, para luego correr el procedimiento **PERSONA** y así crear nuevos diseños.

También es recomendable que al modificar los subprocedimientos, primero los copie y cambie de nombre las copias para luego modificarlos: por ejemplo, se copia el procedimiento **CABEZA**, y a la copia se le pone **CABEZAGORDA** y se modifica este nuevo procedimiento para que haga una cabeza gorda. Luego se pueden crear nuevos procedimientos **PERSONA**: por ejemplo, **PERSONACABEZONA**, **PERSONALARGA**, etc. Estos nuevos procedimientos luego se pueden combinar para crear poblaciones. Para esta segunda parte, también se sugiere que se construya un subprocedimiento **BRINCO** para ubicar a los monitos:

Estos son ejemplos de cómo pueden quedar los procedimientos para **FAMILIA** y **POBLACIÓN** (Sugerencia: También se pueden crear familias cabezonas, etc. y crear poblaciones con las distintas familias).

PARA FAMILIA :TAM		PARA POBLACION :TAM
PERSONA :TAM	→ <i>papá</i>	PERSONA :TAM
BRINCO		BRINCO
PERSONA :TAM * 2/3	→ <i>mamá</i>	PERSONACABEZONA :TAM
BRINCO		BRINCO
PERSONA :TAM / 2	→ <i>hijo1</i>	PERSONALARGA :TAM
BRINCO		FIN
PERSONA :TAM / 3	→ <i>hijo2</i>	
FIN		

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

PROP-A6

ÁRBOLES

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se aplica la idea de proporcionalidad con dibujos más complejos como es la creación de árboles. Como en actividades anteriores, en esta actividad será necesario aplicar razones sobre las variables (y no variación lineal) para hacer las figuras proporcionales.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

A continuación se dan ejemplos de procedimientos generales para dibujar árboles. Se recomienda utilizar modularidad:

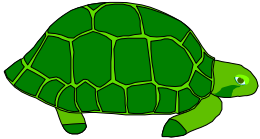
PARA ARBOL :TAM RAMA :TAM RAMA :TAM * 3/4 RAMA :TAM * 1/2 FIN	PARA RAMA :TAM AV :TAM GI 125 AV :TAM RE :TAM GD 250 AV :TAM RE :TAM GI 125 FIN
--	--

Cabe notar que en algunas actividades de este tipo, se puede requerir de una segunda variable :FACTOR, cuando la variación de la variable :TAM se encuentre únicamente en *algunos* comandos dentro del subprocedimiento. Un ejemplo de procedimientos de este estilo que el profesor puede probar, es el siguiente:

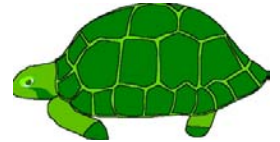
PARA FLECHADOBLE :TAM FLECHA :TAM 1/2 FLECHA :TAM 3 FIN	PARA FLECHA :TAM :FACTOR AV :TAM GD 125 AV :TAM * :FACTOR RE :TAM * :FACTOR GI 250 AV :TAM * :FACTOR RE :TAM * :FACTOR GD 125 FIN
--	--

Pero en el caso de **ARBOL** y **RAMA**, solo es necesaria una variable, ya que las variaciones se pueden dar directamente en el procedimiento **ARBOL**.

“Árboles” es una actividad para combinar dibujos de la actividad anterior y que el alumno observe lo útil que es tener un procedimiento general que puede ser utilizado en procedimientos más complejos como puede ser el bosque, que se pide como actividad adicional.



UNIDAD 11: RECURSIVIDAD



PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	* Introducción a la recursividad: construcción y análisis de procedimientos recursivos simples (iterativos de cola) y complejos
REQUISITOS LOGO	* Primitivas básicas de la geometría de la tortuga * UNIDADES: 1-Conociendo a Logo y 4-Aprendiendo a generalizar
CONTENIDOS LOGO	* Procedimientos Recursivos
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	* Trazo de figuras, diseños y patrones geométricos * Iteratividad
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	1er Grado: GEOMETRÍA * Dibujo y Trazos geométricos 2° Grado: GEOMETRÍA * Figuras Básicas y Trazos Geométricos 3er Grado: GEOMETRÍA EN GENERAL: * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema * Predecir resultados * Practicar el razonamiento deductivo en situaciones extraídas de la geometría y otras áreas de las matemáticas. * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
REC-A1: Rotando Cajas	En esta actividad se introduce la recursividad mediante un sencillo programa RECURSIVO DE COLA (un programa que se llama a sí mismo de manera iterativa) con una llamada recursiva en la que se opera sobre una variable
REC-A2: Deteniendo La Recursividad	Se introduce el uso de condiciones de parada para detener un procedimiento recursivo. Se espera que el alumno experimente cambiando de posición la instrucción condicional y reflexione sobre los resultados en cada cambio de posición.
Hoja Técnica: Condicionales	Presentación de las primitivas SI, SISINO que se pueden aplicar en los procedimientos recursivos siguientes.
REC-A3: Rotando Cajas 2	Esta hoja de trabajo es para motivar a los estudiantes a experimentar modificando la llamada recursiva del procedimiento de la actividad anterior y para que observen cómo está relacionada ésta con la instrucción condicional.
REC-A4: Predicciones	En esta actividad se presenta un procedimiento que utiliza <i>recursividad compleja</i> para la generación de una sucesión numérica. El alumno tendrá que analizar el código y reflexionar sobre su funcionamiento para poder predecir qué sucede cuando se corre dicho procedimiento. Luego se sugiere al alumno que cambie el orden de algunas instrucciones dentro del procedimiento presentado, para que observe la importancia de la ubicación de la llamada recursiva y de la instrucción condicional de parada.
REC-A5: Más Predicciones	Continuación de la actividad anterior. Se añade una segunda llamada recursiva al procedimiento de la actividad anterior, para que el alumno reflexione sobre el efecto de ésta y sobre el funcionamiento de la recursividad compleja.
REC-A6: Espirales	Actividad adicional para practicar la construcción de procedimientos recursivos y el uso de condiciones de parada.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ROTANDO CAJAS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se introduce la recursividad mediante un sencillo programa RECURSIVO DE COLA (un programa que se llama a sí mismo de manera iterativa) con una llamada recursiva en la que se opera sobre una variable

NOTAS Y OBSERVACIONES:

- * Cuando se trabaja con recursividad, es importante decir a los alumnos que guarden a menudo sus procedimientos en el archivo de la sesión, ya que los procedimientos recursivos ocupan mucha memoria y al no ser detenidos rápidamente, el programa tiende a “tronar”.
Por lo mismo, es indispensable que el alumno detenga rápidamente el programa con el botón alto.
- * En esta actividad se espera que el alumno reflexione sobre el ciclo infinito que se forma al usar un programa recursivo como el presentado, para que idealmente surja de él la idea de incluir un comando de parada como se presenta en la siguiente actividad. Para ello también se incluye una hoja técnica explicando el uso de los comandos condicionales.
- * Otra cosa que se espera, es que los alumnos entiendan cómo funciona la llamada recursiva: es decir, que se tiene una sucesión de llamadas del procedimiento **ROTACAJA** con una entrada 10 pasos más chico que el anterior, y que eventualmente, puesto que se tiene una resta **:TAM – 10**, las entradas serán negativas lo que causará que la tortuga comience a moverse hacia atrás con un crecimiento de la medida (en valor absoluto) de los cuadros que construye. Es para que el alumno pueda observar estos cambios que se incluyó el comando **ESPERA 20** en el procedimiento que hace una pausa entre cada llamada recursiva del procedimiento.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

DETENIENDO LA RECURSIVIDAD

DESCRIPCIÓN:

Se introduce el uso de condiciones de parada para detener un procedimiento recursivo. Se espera que el alumno experimente cambiando de posición la instrucción condicional y reflexione sobre los resultados en cada cambio de posición.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se recuerda al profesor que cuando la condición de parada es puesta después de la llamada recursiva, nunca se llegará a ejecutar el comando de parada por lo que el procedimiento nunca se detendrá.

REC-A3

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ROTANDO CAJAS 2**DESCRIPCIÓN:**

Esta hoja de trabajo es para motivar a los estudiantes a experimentar modificando la llamada recursiva del procedimiento de la actividad anterior y para que observen cómo está relacionada ésta con la instrucción condicional.

NOTAS Y OBSERVACIONES

Se espera que los alumnos se den cuenta de que si modifican la llamada recursiva, generalmente será necesario también cambiar la condición de parada.

Será bueno hacerles notar la conexión entre la llamada recursiva y la condición de parada:

En el procedimiento **ROTACAJA**, el valor de la entrada va decreciendo (restándole 10) en cada llamada recursiva, y es por ello que en algún momento la entrada debe volverse negativa; por eso que la condición **SI :TAM < 0** funciona. Pero si en lugar de tener **ROTACAJA :TAM – 10** se tuviera **ROTACAJA :TAM + 10**, los valores serían crecientes y la condición anterior ya no funcionaría: Se podría sustituir por algo como **SI :TAM > 200** que detendría el procedimiento cuando el valor de la entrada llegue a 200.

En particular, al cambiar **ROTACAJA :TAM – 10** por **ROTACAJA :TAM / 2** los alumnos se tendrán que percatar que la entrada de **ROTACAJA** nunca llegará a ser menor que cero, por lo que la condición **SI :TAM < 0** nunca se cumplirá. Será entonces necesario cambiarla por algo como **SI :TAM < 1**.

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- PREDICCIONES
- MÁS PREDICCIONES

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades se presenta por primera vez, y se explora, la recursividad compleja.

En la actividad “Predicciones” se presenta un procedimiento (**MISTERIO**) que utiliza recursividad compleja para la generación de una sucesión numérica. El alumno tendrá que analizar el código y reflexionar sobre su funcionamiento para poder predecir qué sucede cuando se corre dicho procedimiento. Luego se sugiere al alumno que cambie el orden de algunas instrucciones dentro del procedimiento presentado, para que observe el efecto e importancia de la ubicación de la llamada recursiva y de la instrucción condicional de parada.

En la actividad “Más Predicciones” se añade una segunda llamada recursiva al procedimiento de la actividad anterior, para que el alumno reflexione sobre el efecto de ésta y sobre el funcionamiento de la recursividad compleja.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En estas actividades se desea que los alumnos hagan predicciones sobre los procedimientos recursivos que se les presenta, para obligarlos a reflexionar sobre su funcionamiento. Los procedimientos que se presentan utilizan recursividad compleja, la cuál es bastante difícil de entender. Para ayudar a los alumnos a entender la lógica de estos procedimientos recursivos, se recomienda hacer con ellos el “Juego de los Duendes” que describimos más abajo.

El procedimiento **MISTERIO** genera una lista de números en orden ascendente del 1 hasta el número que se haya dado como entrada. Por ejemplo, teclear

MISTERIO 4

genera la lista

1
2
3
4

Muchos alumnos, al analizar el código, predicen que escribiría una lista en orden descendente y se sorprenden al ver el orden inverso. Esta predicción se debe a que la

llamada recursiva es **MISTERIO :NUMERO – 1**, lo que los hace pensar que puesto que se van restando números, la lista sería descendente. Lo que sucede es que, al estar la llamada condicional *antes* de la instrucción **ESCRIBE :NUMERO**, las llamadas recursivas quedan detenidas hasta que no se cumple la instrucción condicional de parada; al cumplirse ésta, los comandos que estaban pendientes empiezan a cumplirse en orden inverso. Para explicar este proceso a los alumnos, es conveniente poner en práctica el Juego de los Duendes, descrito a continuación:

EL JUEGO DE LOS DUENDES

(para entender la recursividad compleja):

Materiales:

- * Se utilizan varias tarjetas de papel con las instrucciones del procedimiento con el que se trabaje (en este caso el procedimiento **MISTERIO**), y otras para los comandos y valores de las variables en uso. Por ejemplo, si se trabaja con el procedimiento **MISTERIO**, se deberán tener:
 - Al menos 4 tarjetas marcadas cada una con la instrucción **MISTERIO :NUMERO** en un lado, y al reverso las instrucciones completas del procedimiento **MISTERIO**.
 - Una tarjeta marcada **SI :NUMERO = 0 [ALTO]**
 - Una tarjeta marcada **ESCRIBE :NUMERO**
 - Varias tarjetas marcadas cada una con un valor, de los posibles, para la variable **:NUMERO** : **0, 1, 2, 3, 4**, etc. (Es buena idea que el color de éstas sea diferente al de las demás, ya que representan entradas de comandos, y no instrucciones en sí).
- * También se utilizará un lápiz, marcador u otro objeto que se designe como la estafeta de control.

Desarrollo:

Se sientan a todos los alumnos en un círculo. Para cada tarjeta de instrucciones (excepto las de los valores) se asignará un alumno que será el “duende” encargado de ejecutar el comando que le tocó.

1. El profesor, o un alumno que no tenga una tarjeta, simulará ser el usuario de la máquina y tecleará la llamada del procedimiento recursivo: Por ejemplo, puede escribir en el pizarrón **MISTERIO 3** (se sugiere no escoger un valor para la entrada muy grande, si no se quiere alargar el proceso mucho, o si no se tienen muchos alumnos).

2. Se pretende que el comando anterior llama a un duende que vive en la computadora y que tiene que ejecutar la instrucción dada: **MISTERIO 3**. Se llama entonces a un alumno que tenga una tarjeta marcada **MISTERIO** (lo llamaremos el “1er Duende Misterio”). Se levantará de su silla para simbolizar que está activo y el Usuario le dará la estafeta de control (Nota: Sólo la persona que esté en posesión de la estafeta de control podrá actuar en un momento dado). A este duende también se le dará la entrada para la variable **:NUMERO** que se haya “teclado” (en este ejemplo, sería la tarjeta marcada **3**).
3. Este duende comenzará a procesar las instrucciones que definen su procedimiento (y que tiene marcadas en el reverso de su tarjeta), leyéndolas en voz alta y llamando a otros duendes que le ayuden. La primera instrucción es la instrucción condicional **SI :NUMERO = 0 [ALTO]**, así es que llamará al duende encargado de esa instrucción: al “Duende Instrucción Condicional”.
4. El Duende Instrucción Condicional, que es el alumno con la tarjeta marcada **SI :NUMERO = 0 [ALTO]**, se pondrá de pie (puesto que ahora está activo) y el primer duende, el 1er Duende Misterio, le pasará la entrada adecuada para **:NUMERO** y la estafeta de control (nota importante: el primer duende, aunque ceda el control temporalmente, deberá permanecer de pie, puesto que sigue activo hasta no terminar todas sus instrucciones o hasta que se le dé la orden de detenerse). El Duende Instrucción Condicional evaluará si se cumple la condición que tiene escrita para el valor que se le dio: si fuera cierta le diría al 1er Duende Misterio que se tendría que detener, pero si no se cumple la condición, como sucedería si el valor no fuera 0, le diría al 1er Duende Misterio que tiene que continuar. Habiendo terminado su trabajo, le regresa la estafeta de control al que lo llamó, al 1er Duende Misterio, y toma asiento (puesto que deja de estar activo).
5. El 1er Duende Misterio continúa procesando sus instrucciones. En el ejemplo la que sigue es **MISTERIO :NUMERO – 1**, así es que tiene que llamar a otro alumno con una tarjeta **MISTERIO** (que llamaremos “2º Duende Misterio” y que se pondrá de pie), le pasará la estafeta de control y le dará la entrada adecuada para **MISTERIO**, que en este caso es **:NUMERO – 1**: es decir, si el 1er Duende Misterio tenía el valor **3**, le tiene que dar la entrada **2** al 2º Duende Misterio para que ejecute la instrucción **MISTERIO 2**.
(Nota importante: el 1er Duende Misterio, aunque ceda el control temporalmente, deberá permanecer de pie, puesto que sigue activo ya que no ha terminado todas sus instrucciones).
6. El 2º Duende Misterio comienza a procesar sus instrucciones, pasando por los pasos 2 a 5, eventualmente llamando a un 3er Duende Misterio, dándole la estafeta de control (pero permaneciendo de pie). Nótese que si el 2º Duende Misterio tenía como entrada para su **:NUMERO** el valor **2**, tiene que darle **:NUMERO – 1 = 1** al siguiente

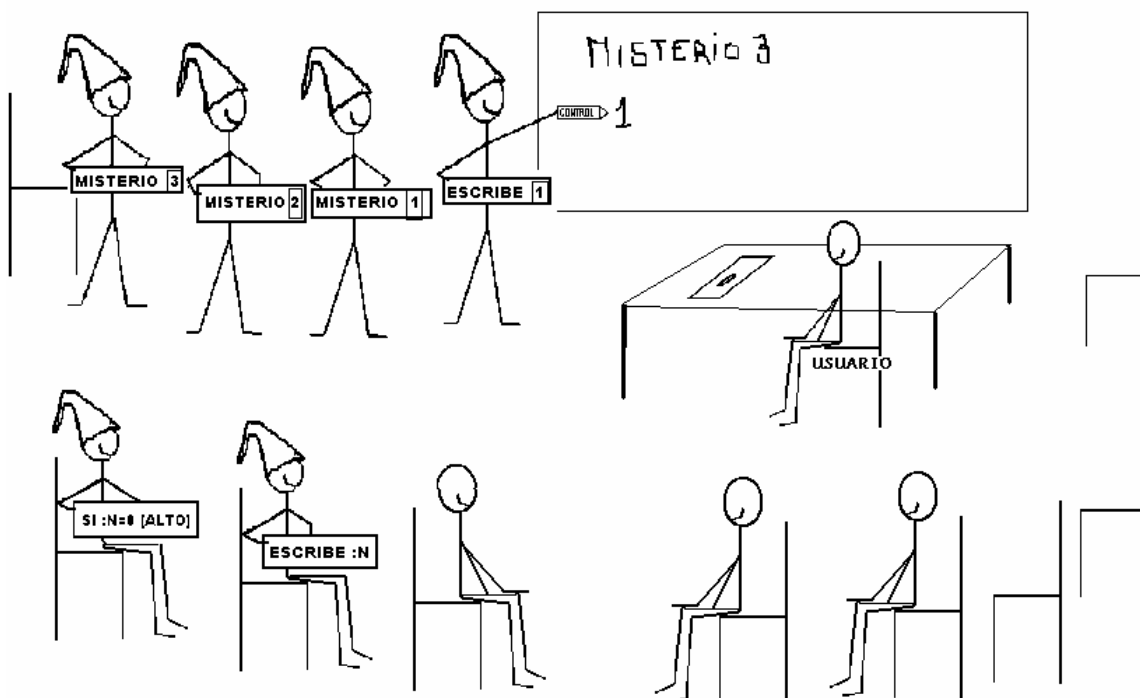
duende Misterio como entrada: es decir, el 3er Duende Misterio tendrá que ejecutar la instrucción **MISTERIO 1**.

- El 3er Duende Misterio comienza a procesar sus instrucciones, pasando por los pasos 2 a 5, eventualmente llamando a un 4º Duende Misterio, dándole el control. Nótese que si el 3er Duende Misterio tenía como entrada para su **:NUMERO** el valor 1, tiene que darle **:NUMERO - 1 = 0** al siguiente duende Misterio como entrada: es decir, el 4º Duende Misterio tendrá que ejecutar la instrucción **MISTERIO 0**.

Nota importante: Aunque en este momento el control lo tiene el 4º Duende Misterio, ninguno de los duendes Misterio ha terminado sus instrucciones, por lo que todos los duendes Misterio siguen activos y por lo tanto todos ellos siguen de pie: esto muestra cómo un programa recursivo exige memoria de la computadora.

- El 4º Duende Misterio comienza a procesar sus instrucciones, llegando al paso 3. Pero en esta ocasión, si el valor de la entrada es **0**, la instrucción condicional se cumplirá, y el Duende Instrucción Condicional le dirá, al regresarle el control al 4º Duende Misterio, que se detenga.
- El 4º Duende Misterio habrá entonces terminado, y tendrá que devolver el control a quien lo llamó a él, al 3er Duende Misterio, y se podrá entonces sentar.
- El 3er Duende Misterio ahora puede continuar procesando sus instrucciones; la que sigue es **ESCRIBE :NUMERO**. Así es que llamará y pasará el control al Duende Escribe (que se levanta) y le dará la entrada que le tocó a él: el valor **1**.

EL JUEGO DE LOS DUENDES



11. El Duende Escribe tendrá entonces que escribir el valor asignado: se sugiere que vaya al pizarrón y escriba su entrada: 1. Al terminar, devolverá el control a quien lo haya llamado (el 3er Duende Misterio) y se sentará.
12. El 2º Duende Misterio podrá entonces terminar sus instrucciones pasando, de manera respectiva, por los pasos 10 a 12.
13. Finalmente el control regresará al 1er Duende Misterio, que todo el tiempo ha estado activo (de pie) esperando poder terminar sus instrucciones pasando, de manera respectiva, por los pasos 10 a 12.
14. Finalmente el control regresará al Usuario de la máquina.

Es así como, mientras la instrucción condicional no detenga la llamada recursiva, el proceso seguirá sucesivamente de una llamada recursiva a otra. Cuando finalmente se cumpla la condicional, entonces las llamadas recursivas recuperarán el control en orden inverso al que fueron llamadas.

REC-A6

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ESPIRALES

DESCRIPCIÓN:

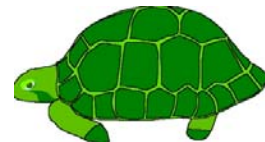
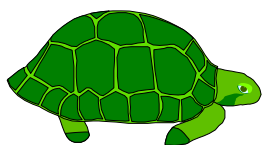
Actividad adicional para practicar la construcción de procedimientos recursivos y el uso de condiciones de parada.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El procedimiento ESPIRAL modificado para que se detenga (es decir, al que se le añadió una condición de parada) puede ser como el siguiente:

```
PARA ESPIRAL :X  
SI :X > 100 [ALTO]  
AV :X  
GD 90  
ESPIRAL :X + 5  
FIN
```

Nótese que, a diferencia de los procedimientos presentados en actividades anteriores, en este caso el proceso presentado es creciente por lo que la condición de parada requiere del uso del signo ' $>$ '. Esta actividad forzará a los alumnos a reflexionar sobre la relación entre el proceso determinado por la llamada recursiva, y la condición de parada.



UNIDAD 12: FUNCIÓN ENIGMA

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	* Introducción al concepto de relación funcional
REQUISITOS LOGO	* Uso de Variables * Procedimientos para construir polígonos regulares * Uso de colores (ver Unidad 5: “Trabajando con componentes”)
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	* Uso de la variable como relación funcional * Ejemplos para introducir la noción de razón entre dos cantidades y su expresión por medio de un cociente. * Constante o factor de proporcionalidad. * Reproducción de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas. * Fuentes de error en un calculo
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	1er. Grado. Aritmética: * Proporcionalidad 2º Grado. Geometría: * Figuras básicas y trazos geométricos 3er. Grado. Aritmética: * Errores de aproximación. EN GENERAL: * Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de un problema. * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema. * Escoger o adaptar la estrategia adecuada para la resolución de un problema. * Predecir y generalizar resultados.

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>ENIG-A1: Explorando el enigma <i>Referencia: [13]</i></p>	<p>En todas estas actividades se explorará el funcionamiento de un procedimiento dado (ENIGMA), el cuál produce diferentes figuras dependiendo de la entrada que se le dé: se introduce así el concepto de <u>relación funcional</u>.</p>
<p>ENIG-A2 y ENIG-A3: Procedimiento Enigma - Haciendo predicciones <i>Referencia: [13]</i></p>	<p>Continuación de la actividad anterior: se busca que el alumno analice el procedimiento ENIGMA para predecir las figuras que se producirán y eventualmente encontrar los rangos de valores que producen cada figura. Se usan tablas para ayudar a los alumnos en su análisis.</p>
<p>ENIG-A4: Procedimiento Enigma - Analizando el comportamiento de una figura <i>Referencia:[13]</i></p>	<p>En esta actividad se busca que el alumno descubra y analice la relación entre el valor de la variable y el tamaño (y color) de la figura.</p>
<p>ENIG-A4: Analizando el comportamiento de una figura II <i>Referencia: [13]</i></p>	<p>Actividad que sigue a la anterior, en donde el alumno escogerá una figura de las que trabajo en la actividad FE-A3, y buscará la relación de la entrada (el valor de la variable) y el tamaño de la figura.</p>
<p>ENIG-A5: Naves <i>Referencia: [11]</i></p>	<p>En esta actividad el alumno aplicará las relaciones que reconoció en el procedimiento ENIGMA, y creará un programa general para construir diferentes naves, usando subprocedimientos y una sola variable, manejando a esta última como relación funcional.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

EXPLORANDO EL ENIGMA

DESCRIPCIÓN:

En todas estas actividades se explorará el funcionamiento de un procedimiento dado (**ENIGMA**), el cuál produce diferentes figuras dependiendo de la entrada que se le dé: se introduce así el concepto de relación funcional.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Si el alumno no ha podido encontrar las seis figuras después de un tiempo razonable de exploración, se le puede sugerir que pruebe con números más grandes o números negativos para la entrada.

Los rangos para cada figura son:

Pentágono:	$[-\infty, -30[$	aproximadamente: \rightarrow	$[-\infty, -30.01]$
Círculo:	$[-30, 20[$	\rightarrow	$[-30, 19.99]$
Cuadrado:	$[20, 150[$	\rightarrow	$[20, 149.99]$
Triángulo:	$[150, 400[$	\rightarrow	$[150, 399.99]$
Barra:	$[400, 500[$	\rightarrow	$[400, 499.99]$
Rectángulo:	$[500, +\infty]$		

Los cuadrados tienen tamaño creciente a medida que el valor de la entrada :**N** crece.

Los triángulos tienen tamaño decreciente a medida que el valor de la entrada :**N** crece.

Y las barras (rectángulos) son lentamente crecientes hasta que con la entrada 500 se vuelve un rectángulo constante.

Las demás figuras tienen tamaño constante.

También nótese que hay una segunda relación funcional para los colores:

Lila	$[-\infty, -400[$	pentágonos
Naranja	$[-400, 0[$	pentágonos y círculos
Negro	$[0]$	círculo
Rojo	$]0, 400[$	círculos, cuadrados, y triángulos
Verde	$[400, +\infty]$	barras y rectángulos

A continuación, incluimos el código del procedimiento ENIGMA, y de sus subprocedimientos

PROGRAMA ENIGMA

```

PARA ENIGMA :N
SI :N < 0 [PONCL 14 PONCOLORRELLENO 14]
SI :N < -400 [PONCL 5 PONCOLORRELLENO 5]
SI :N = 0 [PONCL 0 PONCOLORRELLENO 0]
SI :N > 0 [PONCL 4 PONCOLORRELLENO 4]
SI (O :N = 400 :N > 400) [PONCL 2 PONCOLORRELLENO 2]
SI :N < -30 [PENTAGONO :N]
SI (Y (O :N = -30 :N > -30) :N < 20) [CIRCULO :N]
SI (Y (O :N = 20 :N > 20) :N < 150) [CUADRADO :N]
SI (Y (O :N = 150 :N > 150) :N < 400) [TRIANGULO :N]
SI (Y (O :N = 400 :N > 400) :N < 500) [BARRA :N]
SI (O :N = 500 :N > 500) [RECTANGULO :N]
FIN
    
```

```

PARA CIRCULO :N
REPITE 360 [AV 0.5 GD 1]
PINTA 90
FIN
    
```

```

PARA CUADRADO :N
REPITE 4 [AV :N GD 90]
PINTA 45
FIN
    
```

```

PARA PENTAGONO :N
REPITE 5 [AV 30 GD 72]
PINTA 35
FIN
    
```

```

PARA TRIANGULO :N
REPITE 3[AV 15000 / :N GD 120]
PINTA 30
FIN
    
```

```

PARA RECTANGULO :N
RECTANG 50 80
FIN
    
```

```

PARA BARRA :N
RECTANG :N/20 :N/2
FIN
    
```

```

PARA RECTANG :ANCHO :LARGO
REPITE 2 [AV :ANCHO GD 90 AV :LARGO GD 90]
PINTA 45
FIN
    
```

```

PARA PINTA :ANG
SL GD :ANG AV 3 BL RELLENA
FIN
    
```

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- **PROCEDIMIENTO ENIGMA:
HACIENDO PREDICCIONES I Y II**
- **ANALIZANDO EL COMPORTAMIENTO DE
UNA FIGURA**

DESCRIPCIÓN:

Continuación de la actividad anterior: se busca que el alumno analice el procedimiento **ENIGMA** para predecir las figuras que se producirán y eventualmente encontrar los rangos de valores que producen cada figura. Se usan tablas para ayudar a los alumnos en su análisis.

Luego, en la actividad titulada “Analizando el comportamiento de una figura”, se busca que el alumno descubra la relación entre el valor de la variable y el tamaño (y color) de la figura; deberá observar que, a medida que el valor de la variable crece, hay figuras que crecen, otras que decrecen, y otras que mantienen su tamaño constante.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Para la tabla presentada en la actividad ENIG-A2, las figuras que se forman son:

560	Rectángulo verde
0	Círculo negro
199.9	Triángulo rojo
-7	Círculo naranja
749.5	Rectángulo verde
-1	Círculo naranja
380	Triángulo rojo (más pequeño que el de 199.9)
420	Barra verde
-38	Pentágono naranja

En la actividad ENIG-A4.1, la figura que producen **ENIGMA 250** y **ENIGMA 320** es el triángulo y los demás valores que forman esta figura están en el rango $[150 \ 400[$.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FIGURAS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno aplicará las relaciones que reconoció en el procedimiento **ENIGMA**, y creará un programa general para construir diferentes figuras, usando subprocedimientos y una sola variable, manejando a esta última como relación funcional.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Un procedimiento general usando la variable :N que construye todas las figuras puede ser el siguiente:

```

PARA FIGURAS :N
BP
SI :N < 50 [BANDERA :N]
SI (Y (O :N = 50 :N > 50) :N < 100) [PRISMA :N]
SI (O :N = 100 :N > 100) [CHOZA :N]
FIN

```

(Nota: el uso de variables para el tamaño de las figuras es optativo. Se pueden también usar valores fijos).

Procedimiento que dibuja la bandera

Procedimiento que dibuja el prisma

Procedimiento que dibuja la choza

```

PARA BANDERA :TAM
REPITE 3 [RECTAN :TAM ~
  GD 90 AV :TAM GI 90]
GD 90
RE :TAM * 3
GI 90
FIN

```

```

PARA PRISMA :TAM
GD 30
TRI :TAM
AV :TAM / 2
GD 120
TRI2 :TAM / 2
GI 120
RE :TAM / 2
GI 30
FIN

```

```

PARA CHOZA :TAM
BANDERA :TAM / 3
AV (2 * :TAM / 3)
PRISMA :TAM
RE (2 * :TAM / 3)
FIN

```

Subprocedimientos:

```

PARA RECTAN :TAM
REPITE 2 [AV :TAM * 2 ~
  GD 90 AV :TAM GD 90]
FIN

```

```

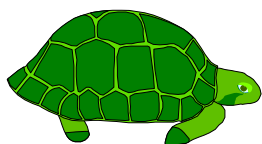
PARA TRI :TAM
REPITE 3 [AV :TAM GD 120]
FIN

```

```

PARA TRI2 :TAM
REPITE 3 [AV :TAM GI 120]
FIN

```

UNIDAD 13: FUNCIONES



PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Favorecer la comprensión de las operaciones básicas para dar paso a la noción de función como una relación entre dos cantidades. * Construcción de la gráfica de una función
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Operaciones Logo predefinidas. (suma, resta, multiplicación, división, etc.). * Uso de variables en Logo <p>Recomendable:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Uso de Condicionales (ver Unidad 10: Recursividad) para crear función Valor Absoluto. * Recursividad
CONTENIDOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de la primitiva DEVUELVE (DEV): construcción de operaciones en Logo.
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Noción de función * Noción de variable * Funciones dadas por formulas, por tablas y gráficas * Valor absoluto de un número * Conversiones (Grados temperatura, monedas, etc.)
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>2° grado. ARITMÉTICA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Números con signo <p>3er. grado ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Plano cartesiano y funciones. <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo * Reconocer situaciones análogas

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
FUN-A1: Funciones <i>Referencias: [7], [8]</i>	Introducción al concepto de función mediante la idea de máquinas de función
FUN-A2: Creando Tus Propias Funciones <i>Referencias: [7], [8]</i>	Ejemplos de funciones, ocupando operaciones básicas. Actividad para que el alumno experimente inventando sus propias funciones. Incluye función del Valor Absoluto que requiere definición por partes utilizando condicionales.
FUN-A3: Adivina Mi Función <i>Referencias: [7], [8]</i>	En esta actividad el alumno creará una función y se la presentará a su compañero para que analice el resultado y deduzca cuál es la función original.
FUN-A4: Funciones Recíprocas <i>Referencias: [7], [8]</i>	Construcción de funciones recíprocas
FUN-A5: Composición De Funciones <i>Referencias: [7], [8]</i>	Introducción a la composición de funciones
FUN-A6: Funciones Recursivas	Construcción de funciones recursivas como la función factorial
FUN-A7: Operaciones y Funciones de más de una Entrada	Introducción a la creación de operaciones (funciones que toman más de una variable) en Logo. También se introduce la forma funcional (no-anidada) de las operaciones comunes en Logo.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FUN-A1

FUNCIONES

DESCRIPCIONES:

Introducción al concepto de función mediante la idea de máquinas de función.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta unidad se presenta la primitiva **DEVUELVE**. Es muy importante ayudar a los alumnos a entender el propósito y uso de esta primitiva: cómo ésta da salida a un resultado para que luego pueda ser utilizado en otros procedimientos. Esto último es lo que distingue **DEVUELVE** de otros comandos como **ESCRIBE**, y es lo que hace que un procedimiento sea una función y no simplemente un procedimiento que escribe un resultado. Por lo mismo, para “ver” el resultado de una función, se debe dar otro comando, tal como **ESCRIBE**, pero por fuera del procedimiento; por ejemplo

ESCRIBE FUNCION :X

Pero es muy importante no permitir a los alumnos que sustituyan el **DEVUELVE** por **ESCRIBE** dentro del procedimiento que define una función, ni que inserten un **ESCRIBE** (u otro comando como **AVANZA**) dentro del mismo procedimiento que define la función, ya que entonces el “procedimiento-función” deja de ser función.

También es importante alentar a los alumnos a que llenen las tablas de valores, ya que éstas son herramientas muy útiles para ayudarlos a entender el funcionamiento de los “procedimientos-función” con los que se trabaja.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FUN-A2

CREANDO TUS PROPIAS FUNCIONES

DESCRIPCIÓN:

Ejemplos de funciones, ocupando operaciones básicas. Actividad para que el alumno experimente inventando sus propias funciones. Incluye función del Valor Absoluto que requiere definición por partes utilizando condicionales..

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La construcción del procedimiento para calcular el Valor Absoluto puede requerir el uso de condicionales. Posibles soluciones son las siguientes (la segunda, a la derecha, utiliza la primitiva **RAIZCUADRADA**):

PARA ABSOLUTO :N
 SISINO :N > 0 [DEV :N] [DEV -1 * :N]
 FIN

PARA ABSOLUTO :N
 DEV RAIZCUADRADA (:N * :N)
 FIN

FUN-A3

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ADIVINA MI FUNCIÓN

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno creará una función (**MIFUNCION**) y se la presentará a su compañero para que analice el resultado y deduzca cuál es la función original.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Esta actividad es divertida para los alumnos, pero también obliga al proceso de reflexión. Resulta muy útil para los alumnos el crear **tablas de valores** para analizar el funcionamiento de la función de los compañeros, por lo que **se les debe alentar a hacerlo**.

También se debe alentar al alumno que adivina que escriba un procedimiento que construya la función que el cree que **MIFUNCION** define. Este procedimiento alternativo sugiere que lo llame **TUFUNCION**. Entonces se podrán:

- primero, probar ambos procedimientos para ver si generan los mismos valores y
- después, comparar en el editor las definiciones de ambos procedimientos

Resulta interesante cuando dos definiciones son diferentes pero *algebraicamente equivalentes* y por lo tanto representan la misma función, y será importante asegurarse de que los alumnos entiendan esto.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FUNCIONES RECÍPROCAS

DESCRIPCIÓN:

Esta actividad se centra en la construcción de funciones recíprocas.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La construcción de funciones recíprocas requiere un análisis de la construcción de la función original para poder revertir el proceso. Esto implica reversibilidad de pensamiento y la utilización de operaciones recíprocas: suma-resta y multiplicación-división. La composición de dos funciones recíprocas debe dar como resultado la función identidad (será bueno discutir esto en la siguiente actividad). Así:

La función **DIVDIEZ** deshace la función **MULTDIEZ**

PARA DIVDIEZ :X
DEV :X / 10
FIN

PARA MULTDIEZ :Y
DEV :Y * 10
FIN

La función **SUMACINCO** deshace la función **RESTACINCO**

PARA SUMACINCO :X
DEV :X + 5
FIN

PARA RESTACINCO : Z
DEV :Z - 5
FIN

Si los alumnos ya manejan ecuaciones algebraicas, se puede discutir con ellos cómo se despejan ecuaciones para obtener la función recíproca, como en el caso del procedimiento **FAHRENHEIT** (recíproco de **CENTIGRADOS**); este caso se puede plantear de la siguiente forma (donde C representa los grados centígrados y F los grados Fahrenheit):

$$C = (F - 32) * 5/9$$

$$\Leftrightarrow C * 9/5 = F - 32$$

$$\Leftrightarrow (C * 9/5) + 32 = F$$

Usando esto se puede escribir el procedimiento **FAHRENHEIT**, recíproco de **CENTIGRADOS**:

PARA CENTIGRADOS :TEMP
DEV (:TEMP - 32) * 5/9
FIN

PARA FAHRENHEIT :TEMP
DEV :TEMP * 9/5 + 32
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FUN-A5

COMPOSICIÓN DE FUNCIONES

DESCRIPCIÓN:

Introducción a la composición de funciones.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Es importante alentar a los alumnos a que llenen la tabla de valores sin la ayuda de la computadora, pues lo que se pretende es que el alumno reflexione y prediga el resultado de la aplicación de las dos funciones consecutivas.

También se aconseja al profesor discutir con los alumnos porqué la composición de funciones no es conmutativa: generalmente, $g(f(x))$ no es igual a $f(g(x))$. Esto lo comprobarán los alumnos al ejecutar, por ejemplo:

SUMACUATRO MULTDIEZ 3

que es igual a
SUMACUATRO 30
lo que produce
34

vs.

MULTDIEZ SUMACUATRO 3

que es igual a
MULTDIEZ 7
lo que produce
70

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

FUN-A6

FUNCIONES RECURSIVAS

DESCRIPCIONES:

Construcción de funciones recursivas como la función factorial.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Las funciones recursivas utilizan llamadas recursivas en su definición. Esto las puede hacer complicadas de entender, aunque al mismo tiempo son poderosas. Por lo mismo, **no se recomienda hacer esta actividad sin antes haber visto la unidad 10 “Recursividad”**.

Para entender mejor cómo funcionan las funciones recursivas, se puede hacer el “Juego de los Duendes” descrito en la unidad 10 “Recursividad”.

El procedimiento recursivo **SUMA :N** produce una suma de todos los enteros hasta el entero **:N**; es decir, es el proceso representado por:

$$S(n) = n + S(n-1) = n + (n-1) + \dots + 1$$

La función factorial es una función recursiva, ya que se define como:

$$\begin{aligned} \text{FACT}(0) &= 0! = 1 \\ \text{FACT}(n) &= n! = n \cdot \text{FACT}(n - 1) \end{aligned}$$

y por lo tanto se puede definir en Logo de la siguiente manera:

```

PARA FACT :N
SI :N = 0 [DEV 1] → esta línea contiene la definición de factorial de cero: 0! = 1
DEV :N * FACT (:N - 1)
FIN

```

FUN-A7

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

OPERACIONES Y FUNCIONES DE MÁS DE UNA ENTRADA

DESCRIPCIONES:

Introducción a la creación de operaciones (funciones que toman más de una variable) en Logo. También se introduce la forma funcional (no-anidada) de las operaciones comunes en Logo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se comienza presentando la forma no anidada de las operaciones comunes como **SUMA**, **RESTA**, etc. para mostrar cómo estas operaciones también se pueden considerar como funciones que aceptan más de una entrada. Las operaciones son funciones ya que a cada pareja de entradas le corresponde un único resultado.

Así se puede pasar a crear otro tipo de operaciones, como lo es la función promedio de dos entradas que se puede definir de la siguiente manera:

```

PARA PROMEDIO :A :B
DEVUELVE (:A + :B) / 2
FIN

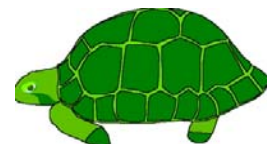
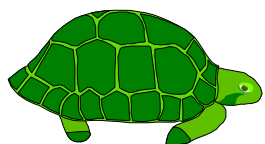
```

Esta misma se puede extender para incluir más entradas:

```

PARA PROMEDIO :A :B :C
DEVUELVE (:A + :B + :C) / 3
FIN

```



UNIDAD 14: GRÁFICAS Y TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Construcción en Logo de la gráfica de una función * Exploración de conceptos relaciones a la transformación de funciones a través de transformaciones de la gráfica de una parábola.
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Operaciones Logo pre-definidas. (suma, resta, multiplicación, división, etc.). * Uso de la primitiva DEVUELVE (DEV): construcción de funciones en Logo. * Uso de variables. * Unidad 12:Funciones
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Noción de función * Noción de variable * Funciones dadas por formulas * Graficación de funciones. * Transformación de funciones * Estudio en casos sencillos del comportamiento local de una función * Representación en el plano cartesiano de regiones y conjuntos de puntos que satisfacen condiciones algebraicas sencillas.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado: ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Ecuaciones lineales <p>2° Grado: ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> * El plano cartesiano <p>3er. Grado: ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Plano cartesiano y funciones <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer y analizar los distintos aspectos que constituyen un problema * Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo * Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas. * Predecir resultados

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
GRAF-A1: Gráficas de funciones	Introducción a la Graficación de Funciones en Logo
GRAF-A2: Más gráficas de funciones.	Graficación de Funciones en Logo
- GRAF-A3: Transformaciones de Funciones - GRAF-A4: Expandiendo y Comprimiendo parábolas - GRAF-A5: Traslaciones	Se utiliza la transformación de la gráfica de una parábola para introducir ideas de transformación de funciones: como son el invertir una parábola, el ensanchar o comprimir una gráfica, y traslaciones.

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- GRÁFICAS DE FUNCIONES
- MÁS GRÁFICAS DE FUNCIONES

DESCRIPCIÓN:

Introducción a la Graficación de Funciones en Logo

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se muestra a los alumnos cómo crear gráficas cartesianas de funciones. Se presenta, entre otros, el procedimiento para graficar un punto en determinadas coordenadas, lo que utiliza las “coordenadas escondidas” de Logo. Si no se ha visto esto antes, será importante explicar a los alumnos que Logo tiene coordenadas escondidas y las funciones de **PONX**, **PONY** y **PONPOS**.

NOTAS TÉCNICAS:

* El procedimiento **PUNTO** presentado no dibujará puntos visibles si el lápiz de la tortuga es del tamaño más pequeño. Para ello hay dos soluciones: que se cambie el grosor del lápiz a uno más ancho, o que se cambie el **AV 0** en la definición del procedimiento por, por ejemplo: **AV 0.5 RE 0.5** (avanzando y retrocediendo para que la tortuga termine en la misma posición).

* El procedimiento para dibujar los ejes, incluye una instrucción que determina como fuente de las etiquetas de los ejes a **SYSTEM**: esto es para que las etiquetas siempre aparezcan de manera horizontal

* También se recomienda a los alumnos utilizar el **MODOVENTANA** para evitar el efecto “envolvente” que es el predeterminado de Logo, pero que en este caso puede resultar en que se sobre-encime la gráfica que se está construyendo. (Se recuerda que Logo tiene 3 modos: el predeterminado **ENVOLVER** en el que la tortuga al salirse de la pantalla reaparece en el lado contrario; el **MODOVENTANA** que es como una ventana al plano del área de dibujo, y el modo **CERCA** en el que aparece el mensaje “La tortuga está fuera de límites”, avisando cuándo la tortuga se sale de la pantalla.)

* En la actividad **GRAF-A2** se muestra cómo graficar una función. Se grafican puntos tomando sus abscisas x en un intervalo **[-rango, rango]**, aunque en el procedimiento solo es necesario dar el límite superior (rango). También en la definición de los procedimientos de graficación se toman las x de 0.5 en 0.5, pero esta separación se puede disminuir o aumentar según se desee y según la función que se grafique (por ejemplo, para las funciones exponenciales, es bueno cerrar este espacio aún más: e..g se pueden tomar las x con un espacio de 0.1 entre ellas).

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

- TRANSFORMACIONES DE FUNCIONES
- EXPANDIENDO Y COMPRIMIENDO PARÁBOLAS
- TRASLACIONES

DESCRIPCIÓN:

En estas tres actividades, se utiliza la transformación de la gráfica de una parábola para introducir ideas de transformación de funciones: como son el invertir una parábola, el ensanchar o comprimir una gráfica, y traslaciones.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Las investigaciones empíricas usando Logo sirven para reflexionar sobre qué es lo que se debe modificar para cada tipo de transformación: si se debe modificar todo el resultado y de una función, representado por toda la expresión después del comando **DEVUELVE** en Logo, o si se deben modificar todas las instancias de la entrada x que aparecen en la expresión que define la función. También sirve para reflexionar sobre qué tipo de modificación, y en qué casos, se debe hacer (sumar, restar, multiplicar, dividir).

- En la primera de estas tres actividades se le pide al alumno que invierta una parábola definida por

```

PARA FUNCION :X
DEV :X * :X
FIN

```

Se le muestra que lo que debe modificar es la línea **DEV :X * :X**. Si el alumno logra producir una gráfica invertida, se percatará que lo que hizo es multiplicar el resultado después del **DEVUELVE** por -1 :

```

DEV -1 * (:X * :X)    o    DEV -(:X * :X)

```

(nota: en la segunda forma hay que cuidar no dejar espacio entre el signo de $-$ y el paréntesis, ya que de lo contrario Logo lo interpretaría como operación en lugar de signo). En otras palabras, la gráfica invertida de

$$f(x) = y \quad \text{es} \quad f(x) = -y$$

Aunque en esta actividad no se trata la transformación de reflejar la parábola sobre el eje vertical (ya que la parábola presentada es simétrica con respecto a dicho eje), se puede

discutir con ellos cómo se haría esto, y llevar a cabo la experimentación de dicha transformación con las gráficas de otras funciones: en ese caso, se tendría que modificar cada instancia de x por $(-x)$. En el caso de la parábola quedaría:

$$\text{DEV } (-x) * (-x)$$

lo cuál obviamente es igual a $DEV x * x$, demostrando que la parábola es simétrica con respecto al eje vertical.

- Para las transformaciones de ensanchar o comprimir la parábola, nuevamente se tiene que modificar el resultado (y) de la función.

Para ensanchar se divide el resultado. Por ejemplo, en lugar de $f(x)=y$ se puede tomar $f(x) = y / 10$; en el caso presentado $(x * x) / 10$

Para comprimir, es el proceso opuesto, o sea multiplicar. Por ejemplo, en lugar de $f(x)=y$ se puede tomar $f(x) = y * 10$; en el caso presentado $x * x * 10$

- Para las traslaciones, se debe actuar ya sea sobre la y o sobre la x dependiendo, respectivamente, si se quiere una traslación vertical u horizontal; o sobre ambas.

Se recuerda que en una traslación vertical (hacia arriba o hacia abajo) el valor de la abscisa es el mismo, así es que lo que cambia es el valor de la ordenada y , por lo que se debe sumar para subirla, o restar para bajarla, al resultado total (i.e. en Logo, a toda la expresión después del **DEVUELVE**): e.g. $DEV (x * x) + 20$.

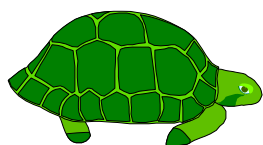
En el caso de la traslación horizontal, lo que cambia es la abscisa, por lo que se debe modificar las instancias de la x . Así, en el caso de la parábola presentada, el procedimiento **FUNCION** tendría que modificarse de la siguiente manera para que su vértice quede en el punto (30, 0):

```
PARA FUNCION x
DEV (x - 30 ) * (x - 30)
FIN
```

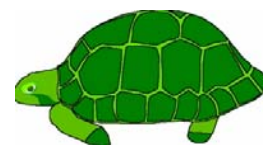
Nótese que para que el vértice se mueva a la derecha, es necesario restar y no sumar (a diferencia de cuando se mueve verticalmente donde sí se suma a la y para subirlo). Se deja al profesor que reflexione porqué sucede esto. En contraste, si se quiere trasladar la gráfica a la izquierda, se tiene que sumar a cada instancia de x .

Para trasladar el vértice a un punto que no quede sobre los ejes, se debe de combinar una traslación vertical con una horizontal: así, para llevar el vértice al punto (30, 20) se tiene que cambiar **FUNCION** por

```
PARA FUNCION x
DEV (x - 30 ) * (x - 30) + 20
FIN
```



UNIDAD 15:



ESTUDIOS NÚMERICOS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Ubicación de números sobre la recta numérica * Estudio de <u>Múltiplos y Divisores</u>, así como del residuo de una división.
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Variable * Funciones en Logo (primitiva DEVUELVE) * La primitiva MUESTRA * Uso de condicionales
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * La primitiva RESTO
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Operaciones con números naturales; problemas y aplicaciones diversas * Criterios de divisibilidad usuales
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado. ARITMÉTICA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Los números naturales y sus operaciones * Múltiplos y Divisores de un número <p>EN GENERAL</p> <ul style="list-style-type: none"> * Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos a través de la solución de problemas * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema. * Predecir y generalizar resultados

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
NUM-A1: ¿Entre Qué Números? (La Recta Numérica)	Ubicación de números sobre la recta numérica y estudio del orden de los números.
NUM-A2: Adivina Qué Hago (La primitiva RESTO)	Conocimiento y uso de la primitiva RESTO: estudio del residuo de una división
NUM-A1: Jugando Con Números	En esta actividad el alumno construirá procedimientos que le permitan determinar si un número es múltiplo o divisor de otro número

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

¿ENTRE QUE NÚMEROS? (LA RECTA NUMÉRICA)

DESCRIPCIÓN:

Ubicación de números sobre la recta numérica y estudio del orden de los números.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se pide al alumno que, sin usar Logo, enumere posibles números entre los que se ubican los números dados en las tablas. Le damos entonces una herramienta (el procedimiento **PONNUMERO**) mediante la cuál podrá comprobar sus predicciones. Este procedimiento dibuja parte de la recta numérica ubicando en ella el número que se le dé como entrada. Utilizando este procedimiento se puede construir la recta numérica mostrando todos los números que se den como entrada.

Por ello, es importante recordar a los alumnos que no sólo deben comprobar la localización de los números en la tabla, sino también los números de sus predicciones. También se debe alentar a los alumnos a registrar sus comprobaciones en la recta de la hoja de actividad, ya que esto reforzará el aprendizaje.

NOTA TÉCNICA: El procedimiento **PONNUMERO** se encuentra en el archivo **RECTANUM.LOG**. Se tendrá que cargar dicho archivo a la memoria de Logo antes de poder utilizar el procedimiento **PONNUMERO**.

El código de **PONNUMERO**, y sus subprocedimientos, es el siguiente:

PARA PONNUMERO :N

INIT

SI :N > 0 [PONCL 2]

SI :N < 0 [PONCL 4]

GD 90

AV :N * 10

MARCA :N

FIN

PARA INIT

MODOVENTANA

SL CENTRO BL

PONRUMBO 0

FIN

PARA MARCA :N

PONRUMBO 0

SI ENTERO? :N [MARCACHICA PONRUMBO 90]

SINO ENTERO? :N [MARCALARGA PONRUMBO 180]

ROTULA :N

FIN

PARA MARCACHICA

AV 2 RE 4

FIN

PARA ENTERO? :NUM

SISINO (ENTERO :NUM) = :NUM [DEV "VERDADERO] ~
[DEV "FALSO]

FIN

PARA MARCALARGA

AV 10 RE 20

FIN

NUM-A2

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ADIVINA QUÉ HAGO (LA PRIMITIVA RESTO)

DESCRIPCIÓN:

Conocimiento y uso de la primitiva **RESTO**: estudio del residuo de una división.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se introduce la primitiva **RESTO** que devuelve el residuo de una división. (Resulta importante que los alumnos entiendan el uso de esta primitiva ya que se utiliza en los procedimientos de la siguiente actividad relacionada con múltiplos y divisores.)

Se espera que mediante experimentaciones con esta primitiva y el registro de los resultados en la tabla de valores dada en la hoja de actividad, los alumnos descubran qué hace esta primitiva. Si entienden qué hace, podrán responder la pregunta

¿Qué segunda entrada de **RESTO 13** __ da como resultado **3**?

Equivalente a ¿qué número que al dividir 13 por él, me da como residuo 3?

Posibles respuestas son 2, 5 y 10 ya que

$$13 - 3 = 10$$

y los divisores de 10, que no son divisores de 13, son 2, 5 y 10.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

JUGANDO CON NÚMEROS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno construirá procedimientos que le permitan determinar si un número es múltiplo o divisor de otro número

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se muestra un procedimiento (**PAR?**) que ayuda a determinar si el número que se le dé como entrada es par o no.

```

PARA PAR? :NUM
INICIO
SISINO (RESTO :NUM 2) = 0 ~
  [PONCL 2 ROTULA FRASE :NUM [ES PAR] ] ~
  [PONCL 4 ROTULA FRASE :NUM [ES IMPAR] ]
FIN

```

dónde **INICIO** es simplemente un procedimiento que limpia la pantalla y reubica la tortuga para que el mensaje se escriba de manera correcta. La definición de **INICIO** es:

```

PARA INICIO
BP OT
GD 90
FIN

```

El procedimiento **PAR?** escribe un mensaje en la pantalla de gráficas en color verde si el número es par, y en rojo si es impar.

Conceptualmente, el alumno tendrá que entender que si un número es par, quiere decir que es divisible entre 2, y en ese caso no habrá residuo: así, **(RESTO :NUM 2) = 0**. Si no es divisible, habrá un residuo. En general, si un número es divisible entre otro, es decir si es múltiplo del otro, el residuo (que da la primitiva **RESTO**) será cero.

Es posible que se tenga que explicar a los alumnos el uso del comando condicional **SISINO**. A diferencia del comando **SI**, a la instrucción **SISINO** se le da una segunda lista de instrucciones que deberán realizarse si la condición no es verdadera.

NOTAS TÉCNICAS:

- * Las últimas tres líneas del procedimiento, desde la instrucción **SISINO**, son técnicamente una sola línea, pero como es muy larga se puede “partir” en tres usando el símbolo de tilde “~”: esto le indica a Logo que la línea de instrucciones que sigue forma parte de la misma. Será importante explicar esto a los alumnos. (El carácter ~ se puede generar tecleando **ALT-126** en el teclado numérico)
- * Tal vez sea necesario explicar a los alumnos el uso de la primitiva **FRASE** que toma dos o más entradas y las junta en una lista. En este caso es necesaria ya que se usa para juntar el valor de la variable **:NUM** con la lista en la que se da el mensaje de respuesta (e.g. “es par” o “es impar”). El uso de **FRASE** para más de dos entradas es utilizando paréntesis de la siguiente manera:

(FRASE entrada1 entrada2 entrada3 ...)

Se espera que el procedimiento **PAR?** sirva como modelo para construir otros procedimientos similares. Únicamente es necesario cambiar la segunda entrada de **RESTO** en el procedimiento (y los mensajes correspondientes).

Así se pueden construir los siguientes procedimientos:

```

PARA MULTIPLODE7? :NUM
INICIO
SISINO (RESTO :NUM 7) = 0 ~
  [PONCL 2 ROTULA FRASE :NUM [ES MULTIPLE DE 7 ] ] ~
  [PONCL 4 ROTULA FRASE :NUM [NO ES MULTIPLE DE 7 ] ]
FIN

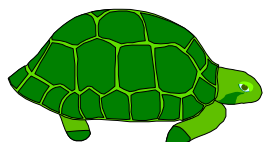
```

```

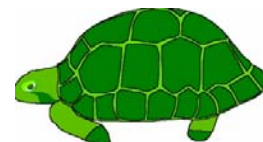
PARA DIVISOR? :A :B
INICIO
SISINO (RESTO :A :B) = 0 ~
  [PONCL 2 ROTULA (FRASE :A [ES DIVISIBLE ENTRE] :B) ] ~
  [PONCL 4 ROTULA (FRASE :A [NO ES DIVISIBLE ENTRE] :B)]
FIN

```

(Nótese que en este último procedimiento se añadieron paréntesis antes de **FRASE** y después de **:B** para juntar las dos variables **:A** y **:B** con el mensaje de respuesta).



UNIDAD 16:



AZAR Y PROBABILIDAD

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Que el alumno se enfrente a situaciones en donde interviene el azar, y calcule y estime probabilidades para resolver problemas * Exploración de los conceptos de azar, frecuencia y probabilidad.
REQUISITOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas de la geometría de la tortuga * Variable * Uso de condicionales * Funciones en Logo (primitiva DEVUELVE) * (Primitiva MUESTRA)
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitiva AZAR * Primitiva HAZ * Primitiva CUENTAREPITE * Contadores * Tortugas múltiples
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Familiarización con algunas de las situaciones ideales de la probabilidad: volados, lanzamientos de dados, etc. * Expresión de la probabilidad de un evento como un porcentaje * Registro y tratamiento de los resultados de los experimentos aleatorios * Elaboración de tablas de probabilidad * Enriquecimiento y explotación de la noción frecuencial en la solución de problemas de probabilidad
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado : PROBABILIDAD</p> <p>2º. Grado: PROBABILIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> * Noción frecuencial de la probabilidad <p>3er. Grado: PROBABILIDAD</p> <ul style="list-style-type: none"> * Nociones de probabilidad * Calculo de probabilidades <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Predecir y generalizar resultados * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema * Familiarizarse con la noción de azar y algunas de la situaciones ideales de la probabilidad por medio del registro y la enumeración a priori de los resultados de experimentos aleatorios

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
PROB-A1: Adivina Qué Hago (La Primitiva Azar)	En esta actividad se presenta la primitiva AZAR. El alumno explorará varias veces un mismo evento registrando el resultado y dando sus comentarios para después definir un procedimiento que requiera la primitiva AZAR
PROB-A2: Volados	En esta actividad se utiliza procedimientos que simulan el lanzamiento de una moneda (utilizando la primitiva AZAR) para luego registrar los resultados y porcentajes de cada evento
PROB-A3: Jugando con Dados	En esta actividad el alumno construirá y trabajará con simulaciones de lanzamientos de dados. Se harán tablas de frecuencia para investigar experimentalmente probabilidades.
PROB-A4: Carrera De Tortugas	En esta actividad se presenta una carrera injusta de tortugas y se pide al alumno analizar el procedimiento y modificarlo de tal manera que el evento sea justo: es decir, de tal manera que las tres tortugas tengan la misma probabilidad de ganar.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ADIVINA QUÉ HAGO (LA PRIMITIVA AZAR)

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se presenta la primitiva **AZAR**. El alumno explorará varias veces un mismo evento registrando el resultado y dando sus comentarios para después definir un procedimiento que requiera la primitiva **AZAR**.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La idea fundamental, al trabajar esta actividad, es introducir la primitiva **AZAR** así como el concepto de azar. Se espera que el alumno descubra, mediante el registro de sus experimentos con esta primitiva, su funcionamiento. Es decir que

AZAR n devuelve un entero, al azar, entre **0** y **$n - 1$** (intervalo cerrado).

Por ejemplo, **AZAR 6** devuelve como posible salida uno de los siguientes enteros: 0, 1, 2, 3, 4 y 5.

Así, usando esta primitiva, se puede construir un procedimiento **DADO** de la siguiente manera

PARA DADO
DEV (AZAR 6) + 1
FIN

Nótese que en el procedimiento **DADO** se le suma 1 a **AZAR 6** para que el resultado caiga entre 1 y 6 (inclusive), ya que los dados convencionales marcan del 1 al seis y no del 0 a 5 como devuelve **AZAR 6**.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

VOLADOS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se utiliza procedimientos que simulan el lanzamiento de una moneda (utilizando la primitiva **AZAR**) para luego registrar los resultados y porcentajes de cada evento

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se pueden modificar los procedimientos **VOLADO** y **VOLADOS** para incluir un contador de resultados.

PARA VOLADO

HAZ "RESULTADO AZAR 2

SI :RESULTADO = 0 [HAZ "CUENTASOL :CUENTASOL + 1 DEV "SOL]

SI :RESULTADO = 1 [HAZ "CUENTAAGUILA :CUENTAAGUILA + 1 DEV "AGUILA]

FIN

PARA VOLADOS :VECES

HAZ "CUENTAAGUILA 0

HAZ "CUENTASOL 0

REPITE :VECES [ESCRIBE VOLADO]

ESCRIBE (FRASE [EL TOTAL DE AGUILAS ES] :CUENTAAGUILA)

ESCRIBE (FRASE [EL TOTAL DE SOLES ES] :CUENTASOL)

FIN

Mediante experimentos como el lanzamiento de volados el alumno podrá esclarecer la noción de experiencia aleatoria. Además, el trabajo con tablas de frecuencia le ayuda a organizar la información y a reconocer regularidades en los resultados.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

JUGANDO CON DADOS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno construirá y trabajará con simulaciones de lanzamientos de dados. Se harán tablas de frecuencia para investigar experimentalmente probabilidades

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se introduce un segundo dado para simular lanzamientos de dados.

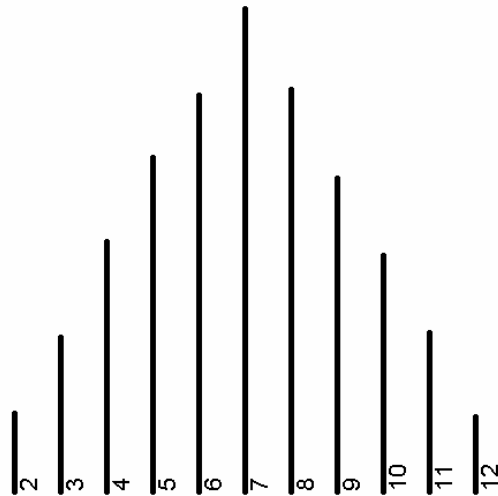
Aunque es más tedioso que en la actividad anterior (ya que se tienen que utilizar 11 variables-contadores), también se pueden añadir contadores de frecuencias, modificando los procedimientos de la siguiente manera

<pre> PARA DOSDADOS HAZ "RESULTADO (DADO + DADO) SI :RESULTADO = 2 [HAZ "CUENTA2 :CUENTA2 + 1] SI :RESULTADO = 3 [HAZ "CUENTA3 :CUENTA3 + 1] SI :RESULTADO = 4 [HAZ "CUENTA4 :CUENTA4 + 1] SI :RESULTADO = 5 [HAZ "CUENTA5 :CUENTA5 + 1] SI :RESULTADO = 6 [HAZ "CUENTA6 :CUENTA6 + 1] SI :RESULTADO = 7 [HAZ "CUENTA7 :CUENTA7 + 1] SI :RESULTADO = 8 [HAZ "CUENTA8 :CUENTA8 + 1] SI :RESULTADO = 9 [HAZ "CUENTA9 :CUENTA9 + 1] SI :RESULTADO = 10 [HAZ "CUENTA10 :CUENTA10 + 1] SI :RESULTADO = 11 [HAZ "CUENTA11 :CUENTA11 + 1] SI :RESULTADO = 12 [HAZ "CUENTA12 :CUENTA12 + 1] DEV :RESULTADO FIN </pre>	<pre> PARA TIRADADOS :VECES HAZ "CUENTA2 0 HAZ "CUENTA3 0 HAZ "CUENTA4 0 HAZ "CUENTA5 0 HAZ "CUENTA6 0 HAZ "CUENTA7 0 HAZ "CUENTA8 0 HAZ "CUENTA9 0 HAZ "CUENTA10 0 HAZ "CUENTA11 0 HAZ "CUENTA12 0 REPITE :VECES [ESCRIBE DOSDADOS] ES (FRASE [2 SALIÓ] :CUENTA2 [VECES]) ES (FRASE [3 SALIÓ] :CUENTA3 [VECES]) ES (FRASE [4 SALIÓ] :CUENTA4 [VECES]) ES (FRASE [5 SALIÓ] :CUENTA5 [VECES]) ES (FRASE [6 SALIÓ] :CUENTA6 [VECES]) ES (FRASE [7 SALIÓ] :CUENTA7 [VECES]) ES (FRASE [8 SALIÓ] :CUENTA8 [VECES]) ES (FRASE [9 SALIÓ] :CUENTA9 [VECES]) ES (FRASE [10 SALIÓ] :CUENTA10 [VECES]) ES (FRASE [11 SALIÓ] :CUENTA11 [VECES]) ES (FRASE [12 SALIÓ] :CUENTA12 [VECES]) FIN </pre>
--	--

Incluso se puede crear un histograma con las frecuencias usando el siguiente procedimiento que se puede usar justo después de correr **TIRADADOS**:

PARA DIAGFREC :ESCALA
 BP OT
 PONGROSOR [5 5]
 MODOVENTANA
 SL PONPOS [-200 -100] BL
 ROTULA [2]
 AV :CUENTA2 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [3]
 AV :CUENTA3 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [4]
 AV :CUENTA4 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [5]
 AV :CUENTA5 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [6]
 AV :CUENTA6 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [7]
 AV :CUENTA7 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [8]
 AV :CUENTA8 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [9]
 AV :CUENTA9 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [10]
 AV :CUENTA10 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [11]
 AV :CUENTA11 * :ESCALA
 SALTO ROTULA [12]
 AV :CUENTA12 * :ESCALA
 FIN

PARA SALTO
 SL
 PONY -100
 GD 90 AV 40
 GI 90
 BL
 FIN



(Todos estos procedimientos se pueden encontrar en el archivo **DADOS.LOG**)

Se usa una escala para ajustar el tamaño del diagrama dependiendo del número de lanzamientos: usar una escala grande para pocos lanzamientos y pequeña para muchos. Por ejemplo, se puede teclear

TIRADADOS 100 DIAGFREC 10
TIRADADOS 1000 DIAGFREC 1
TIRADADOS 10000 DIAGFREC ¼

Mediante las tablas de frecuencias, se podrá descubrir que el lanzamiento de dos dados no es igual a utilizar **(AZAR 11) + 2**:

- * **(AZAR 11) + 2** devuelve un número al azar entre 1 y 12, con una probabilidad equivalente para cada uno de cualquiera de los números entre 1 y 12.
- * En contraste el resultado de **DOSDADOS** jamás podrá ser 1 y las probabilidades para cada uno de los números es diferente como muestra el diagrama de frecuencias arriba hecho con 10,000 lanzamientos (En el archivo **DADOS.LOG** se da un procedimiento **AZAR12MAS1** que se usa igual que **TIRADADOS**, para compararlos; se puede modificar para crear uno que sea **AZAR11MAS2**). Se recomienda discutir con los alumnos porqué las probabilidades de cada resultado con dos dados varían.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:**CARRERAS DE TORTUGAS****DESCRIPCIÓN:**

En esta actividad se presenta una carrera injusta de tortugas y se pide al alumno analizar cómo está escrito el programa **CARRERA** y sus reglas, y modificarlo de tal manera que el evento sea justo: es decir, de tal manera que las tres tortugas tengan la misma probabilidad de ganar.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El código del procedimiento **CARRERA** (y sus subprocedimientos) es el siguiente. Este programa utiliza tortugas múltiples. El comando **ACTIVA** indica a qué tortuga se le darán las instrucciones. Así, por ejemplo, después del comando **ACTIVA 1**, será la tortuga 1 quien obedecerá las instrucciones que siguen.

```

PARA CARRERA
INICIO_CARRERA
ESPERA 20
ES [EN SUS MARCAS...]
ESPERA 30
ES [!LISTOS...!]
ESPERA 30
ES [¿FUERA...?]
CORRECARRERA
FIN

```

```

PARA CORRECARRERA
REPITE 3 [SI (GANADOR? CUENTAREPITE) ~
          [ALTO]]
REGLAS
CORRECARRERA
FIN

```

```

PARA INICIO_CARRERA
PREPARA
ACTIVA 1 SL PONXY -150 0
ACTIVA 2 SL PONXY 0 0
ACTIVA 3 SL PONXY 150 0
FIN

```

```

PARA PREPARA
BP
ACTIVA 0 OT
CARGADIB "CARRERA.BMP
FIN

```

El procedimiento **PREPARA** es el que al inicio pone el dibujo de fondo de la carrera cargando el archivo *bitmap carrera.bmp*.

PARA GANADOR? :X
ACTIVA :X
SISINO COORY = 200 [ES (FRASE [LA GANADORA ES LA TORTUGA] ~
TORTUGA) DEV "VERDADERO] [DEV "FALSO]
FIN

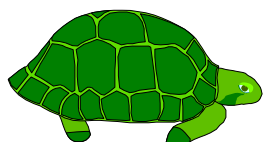
PARA REGLAS
HAZ "TIRADA AZAR 20
SI :TIRADA < 1 [ACTIVA 1 AV 10]
SI (O :TIRADA = 1 :TIRADA = 2) [ACTIVA 2 AV 10]
SI :TIRADA > 2 [ACTIVA 3 AV 10]
FIN

Este subprocedimiento **REGLAS** es el que contiene las reglas que determinan que tortugas avanzaran en la tortuga en función del valor de la tirada (dado por la variable **:TIRADA**). Nótese que las reglas (contenidas en este subprocedimiento **REGLAS**) son muy injustas:

- La tirada es en este caso determinada por **AZAR 20** en la línea **HAZ "TIRADA AZAR 20**. Esto dará como resultado algún entero entre **0** y **19**.
- La tortuga 1 sólo avanza si la tirada es menor que 1. La única posibilidad de esto es cuando la tirada es 0, que es una probabilidad de 1/20.
- La tortuga 2 sólo avanza si la tirada es 1 o 2, una probabilidad de 2/20.
- La tortuga 3 avanza cuando la tirada es mayor que 2, lo que puede suceder cuando la tirada es 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 o 19; es decir se tiene una probabilidad de 17/20 de que la tortuga 3 gane.

El alumno, corriendo carreras sucesivas observará cómo la tortuga 3 tiende a ganar la gran mayoría de las veces. Tendrá entonces que reflexionar sobre las reglas, y ajustarlas para que la carrera sea justa.

También puede ajustar cómo se determina la tirada, cambiando en la línea **HAZ "TIRADA AZAR 20** la entrada de **AZAR**.



UNIDAD 17: ÁNGULOS



PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Que el alumno identifique las relaciones entre el ángulo de rotación de la tortuga y los ángulos internos y externos de una figura * Que desarrolle su razonamiento deductivo a través de situaciones que lo lleven a comparar medidas y posiciones de diversos tipos de ángulos
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas básicas
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Medida de ángulos para reproducir figuras * Suma de los ángulos interiores de un triángulo y de un polígono convexo en general * Clasificación de ángulos por su suma (complementarios, suplementarios y conjugados) * Igualdad de los ángulos opuestos por el vértice * Igualdad de los ángulos correspondientes * Igualdad de los ángulos alternos internos y de los alternos externos
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado. GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos <p>2° Grado. GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Ángulos entre paralelas y una secante <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo * Predecir y generalizar resultados * Reconocer situaciones análogas

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>ANG-A1: Cuánto Suman</p>	<p>El propósito de esta actividad es que los alumnos identifiquen las relaciones entre el ángulo de rotación y el ángulo interno en cada vértice de una figura convexa y que reconozcan que la suma del ángulo de rotación y el ángulo interno son suplementarios (su suma es igual a 180°).</p>
<p>ANG-A2: Paralelas y Secante</p>	<p>Mediante esta actividad el alumno podrá aplicar y analizar ángulos suplementarios, correspondientes, alternos internos y alternos externos.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

¿CUÁNTO SUMAN?

DESCRIPCIÓN:

El propósito de esta actividad es que los alumnos identifiquen las relaciones entre el ángulo de rotación y el ángulo interno en cada vértice de una figura convexa y que reconozcan que la suma del ángulo de rotación y el ángulo interno son suplementarios (su suma es igual a 180°).

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Recordar al estudiante que los ángulos con los que se está trabajando son ángulos suplementarios: la suma entre el ángulo de rotación y el ángulo agudo de la figura en un mismo vértice es de 180° .

Procedimientos:

PARA ISOSC
AV 70 GD 110
AV 100 GD 140
AV 100 GD 110
FIN

PARA POLI
BP
GD 35 AV 100
GI 80 AV 56
GD 130 AV 100
GD 35 AV 50
GD 65 AV 55
GI 45 AV 66
GD 130 AV 198
GD 90
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

PARALELAS Y UNA SECANTE**DESCRIPCIÓN:**

Mediante esta actividad el alumno podrá aplicar y analizar ángulos suplementarios, correspondientes, alternos internos y alternos externos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se sugiere que el maestro aliente a los alumnos a aplicar la suma de los ángulos al crear sus procedimientos.

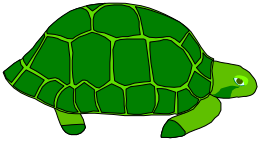
Quizá sea necesario recordar a los alumnos las relaciones entre los ángulos que forman la figura. Por ejemplo, si ya tienen la medida de un ángulo solo hay que buscar con que otro se relaciona de acuerdo a su ubicación y entonces podrá reconocer su medida.

PARA SECANTE
AV 70 GI 45 AV 50
RE 100 GI 135 AV 35
RE 35 GI 45 AV 50
RE 50 GI 135 AV 65
RE 65 GI 45 AV 50
GI 315 AV 30
FIN

Esta es una manera de completar **SECANTE**, usando **SEGMENTO** como subprocedimiento:

PARA SECANTE
AV 70
GI 45
SEGMENTO 50
GD 45
SEGMENTO 30
GD 135
AV 50
SEGMENTO 30
GI 135
SEGMENTO 65
RE 35
FIN

PARA SEGMENTO :LONGITUD
AV :LONGITUD
RE :LONGITUD
FIN



UNIDAD 18: CÍRCULOS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	Estudio y exploración de círculos, circunferencias y arcos, así como construcción del radio y diámetro
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitiva REPITE * Uso de Variables * Procedimientos para construir polígonos regulares * Unidad: “Polígonos Regulares” * Uso de colores (ver Unidad 5: “Trabajando con componentes”)
CONTENIDOS DE LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitiva PI
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Propiedades del círculo. * Radio y Diámetro de un círculo * Valor de π (pi) * Rectas y segmentos en el círculo. * Posiciones relativas de un círculo y una recta: rectas secantes, tangentes y exteriores a un círculo * Perpendicular del radio y la tangente de un círculo
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Medición y cálculo de áreas y perímetros <p>2° Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos <p>3er. Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Círculo <p>ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas * Reconocer situaciones análogas * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
CIRC-A1: Arcos <i>Referencia [9]</i>	Construcción de arcos de una circunferencia.
CIRC-A2: Pétalos y Flores <i>Referencia [4]</i>	Uso de los procedimientos creados en la actividad anterior para crear figuras como pétalos y flores, usando modularidad.
CIRC-A3: Diámetros y Radios	Aplicación de los conceptos de Diámetro y Radio en función del perímetro de un círculo. Uso de la constante π .
CIRC-A4: Más sobre circunferencias, Diámetros y Radios	Generalización de los procedimientos de la actividad anterior
CIRC-A5: Centros, y circunferencia	Construcción de una circunferencia usando la propiedad de lugar geométrico de puntos que equidistan de un centro.
CIRC-A6: Tangentes	Construcción de tangentes a un círculo

CIRC-A1

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ARCOS

DESCRIPCIÓN:

Construcción de arcos de una circunferencia.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad el alumno podrá construir procedimientos como los siguientes:

PARA SEMICIRC
REPITE 180 [AV 1 GD 1]
FIN

PARA CUARTODECIRC
REPITE 90 [AV 1 GD 1]
FIN

PARA TERCIODECIRC
REPITE 120 [AV 1 GD 1]
FIN

PARA ARCO :TAM
REPITE :TAM [AV 1 GD1]
FIN

Para la circunferencia de color, el alumno deberá decidir primero cuantos arcos va a tener su circunferencia. Se recomienda alentar a los alumnos para que hagan más de un procedimiento para circunferencias. Por ejemplo, se les puede pedir que hagan circunferencias con el máximo y mínimo número de arcos respectivamente.

El siguiente, es un procedimiento que dibuja una circunferencia con 10 colores de arcos escogidos al azar y usando ésta primitiva :

PARA VARIOSARCOS
REPITE 10 [ARCO 36 PONCL AZAR 10]
FIN

CIRC-A2

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

PÉTALOS Y FLORES

DESCRIPCIÓN:

Uso de los procedimientos creados en la actividad anterior para crear figuras como pétalos y flores, usando modularidad.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Un procedimiento para **FLOR** puede ser el siguiente:

PARA FLOR
REPITE 6 [PETALO GD 60]
FIN

PARA PETALO
ARCO 90
GD 90
ARCO 90
GD 90
FIN

donde ARCO es el procedimiento creado en la actividad anterior:

PARA ARCO :TAM
REPITE :TAM [AV 1 GD1]
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CIRC-A3

DIÁMETROS Y RADIOS

DESCRIPCIÓN:

Aplicación de los conceptos de *diámetro* y *radio* en función del perímetro de un círculo. Uso de la constante **PI**.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Tomando en cuenta que el perímetro de la circunferencia que construye el procedimiento **CIRCUNFERENCIA** dado es **360**, un procedimiento para trazar el diámetro usando la primitiva **PI** sería como el siguiente:

PARA DIAMETRO
AV 360 / PI
FIN

PARA DIAMETRO
AV *perímetro* / PI
FIN

(NOTA TÉCNICA: Si por algún motivo la primitiva **PI** no funciona, se puede fácilmente crear:

PARA PI
DEV 3.14159265358979
FIN

).

El alumno puede construir otro procedimiento calculando la medida del diámetro, y estará en lo correcto, pero se recomienda que use la primitiva **PI** como una manera de formalizar el conocimiento.

Los procedimientos para las figuras mostradas, pueden ser los siguientes (para las figuras de medio círculo y cuarto de círculo, se podrían utilizar los procedimientos SEMICIRC y CUARTODECIRC de la actividad CIRC-A1):

**PARA CIRCUNDIAMETRO
CIRCUNFERENCIA
GD 90 DIAMETRO
FIN**

**PARA MEDIOCIRC
SEMICIRC
GD 90 DIAMETRO
FIN**

**PARA REBANADA
RADIO GD 90
CUARTODECIRC
GD 90 RADIO
FIN**

Para el radio, nuevamente tomando en cuenta que el **perímetro es 360**, un posible procedimiento RADIO sería:

**PARA RADIO
AV 180 / PI
FIN**

**PARA RADIO
AV *perímetro* / (2 *PI)
FIN**

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CIRC-A4

MÁS SOBRE CIRCUNFERENCIAS, DIÁMETROS Y RADIOS

DESCRIPCIÓN:

Generalización de los procedimientos de la actividad anterior.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Nótese que hay dos maneras de construir un círculo:

Método 1: Como aproximación a través de polígonos regulares

**PARA CIRCULO :TAM
REPITE 360 [AV :TAM GD 1]
FIN**

NOTA IMPORTANTE: Es importante señalar a los alumnos, que procedimientos como este sólo construyen APROXIMACIONES a un círculo, y no un verdadero círculo, sino un polígono regular de muchos lados (de 360 lados).

Nota: Para que la aproximación al círculo sea más precisa, **:TAM** debe ser un número pequeño: 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, etc. Si se quiere hacer un círculo más grande, para que sea más

“circular” se recomienda usar un múltiplo de 360 para el número de repeticiones, ajustando correspondientemente el ángulo de giro

(e.g. utilizar **REPITE 360 * 2 [AV :TAM GD 1/2]** o
REPITE 360 * :K [AV :TAM GD 1 / :K])

Método 2: Utilizando la definición de puntos equidistantes a un centro. Este es el método que se utilizará en la siguiente actividad, y el procedimiento sería como el siguiente:

PARA CIRCUNFERENCIA :RAD
REPITE 720 [SL AV :RAD BL AV 2 RE 2 SL RE :RAD GD 0.5]
FIN

En esta actividad se utiliza el primer método. Para construir procedimientos para el diámetro y el radio, se tiene que calcular el perímetro que es: lo que avanza la tortuga en cada repetición (:TAM) multiplicado por el número de repeticiones (360). Así

$$\text{PERIMETRO} = 360 * :TAM$$

Entonces los procedimientos pueden quedar como los siguientes:

PARA DIAMETRO
AV *perímetro* / PI →
FIN

PARA DIAMETRO :TAM
AV 360 * :TAM / PI
FIN

PARA RADIO
AV *perímetro* / (2 * PI) →
FIN

PARA RADIO :TAM
AV 180 * :TAM / PI
FIN

CIRC-A5

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CENTROS Y CIRCUNFERENCIAS

DESCRIPCIÓN:

Construcción de una circunferencia usando la propiedad de lugar geométrico de puntos que equidistan de un centro.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se utiliza la definición de una circunferencia como el conjunto de puntos equidistantes a un centro. Para construir el procedimiento se necesitará utilizar un subprocedimiento (**PINTAPUNTO**) que pinte un punto. Por ejemplo:

PARA PINTAPUNTO**BL****AV 0.5****RE 0.5****SL****FIN**

Entonces el procedimiento **CIRCUNFERENCIA** en función del radio, que aquí se denota como la variable **:RAD**, podría ser como este.

PARA CIRCUNFERENCIA :RAD**PINTAPUNTO****REPITE 720 [SL AV :RAD PINTAPUNTO SL RE :RAD GD 0.5]****FIN**

Nótese que la primera llamada de **PINTAPUNTO** es para marcar el centro de la circunferencia. Nótese también que aquí estamos marcando un punto cada medio grado en la circunferencia, por lo que se marcan 720 puntos: si se quiere más denso el trazo de la circunferencia, se pueden dar otros múltiplos de 360, ajustando de manera correspondiente el ángulo de rotación.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

TANGENTES

DESCRIPCIÓN:

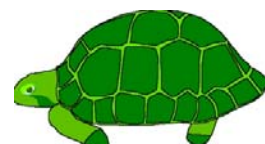
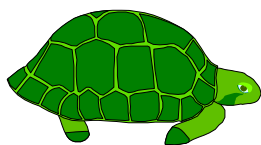
Construcción de tangentes a un círculo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Estos son algunos procedimientos que se pueden construir para trazar la tangente a un círculo en un rumbo seleccionado:

```
PARA CIRCYTAN :RAD :RUMBO
REPITE 720 [SL AV :RAD BL AV 2 RE 2 SL RE :RAD GD 0.5 BL]
PONRUMBO :RUMBO
AV :RAD
TANGENTE
FIN
```

```
PARA TANGENTE
GD 90
AV 100
RE 200
AV 100
GI 90
FIN
```



UNIDAD 19: ÁREAS DE FIGURAS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Calcular el área de cuadrados, rectángulos, triángulos y de figuras compuestas por las anteriores. * Que el alumno analice el problema (dibujo) para que pueda separar las partes que lo integran y planee su elaboración
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Operaciones predefinidas (multiplicación, división, etc.) * Construcción de Polígonos * Uso de variables * Construcción de funciones en Logo (y uso de la primitiva DEVUELVE) * Modularidad
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Revisión y enriquecimiento de las nociones de área * Cálculo de áreas de cuadrados, rectángulos, triángulos y de figuras compuestas por las anteriores. * Uso de una tabla de formulas para calcular el área de figuras. * Justificación de las formulas para calcular el área de paralelogramos, triángulos, trapecios y polígonos regulares.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Medición y calculo de áreas <p>2º Grado: GEOMETRÍA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Cálculo de áreas <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Escoger la estrategia para que resulte adecuada para la resolución de un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
AREA-A1: Calculando áreas	En esta unidad el alumno elaborará procedimientos para calcular el área de algunos cuadriláteros y algunas figuras básicas
AREA-A2: Áreas de figuras compuestas	En esta actividad el alumno tendrá que reconocer las diferentes figuras que componen cada una de las figuras compuestas y calcular el área de cada una para obtener el área total del dibujo.
AREA-A3: Áreas de polígonos regulares	En esta actividad se muestra cómo calcular áreas de polígonos regulares, descomponiendo a éstos en triángulos isósceles. Se dan procedimientos que ayudan al cálculo.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

CALCULANDO ÁREAS

DESCRIPCIÓN:

En esta unidad el alumno elaborará procedimientos para calcular el área de algunos cuadriláteros y algunas figuras básicas.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Mediante esta actividad se construyen los procedimientos para calcular áreas de figuras básicas, lo cual sirve para calcular áreas de figuras complejas como las presentadas en actividades posteriores.

La traducción de una fórmula a una función en lenguaje Logo, obliga al alumno a entender (hasta cierto grado) el simbolismo de la fórmula (Nota: Es recomendable haber visto la Unidad Funciones para construir procedimientos que calculen las áreas).

Procedimientos:

```

PARA AREARECT :BASE :ALTURA
DEV :BASE * :ALTURA
FIN
PARA AREATRIREC :LADO1 :LADO2
DEV :LADO1 * :LADO2 / 2
FIN
PARA AREAISOS :BASE :ALTURA
DEV :BASE * :ALTURA
FIN
PARA AREAPARALELO :BASE :ALTURA
DEV :BASE * :ALTURA
FIN
PARA AREATRAP :MAYOR :MENOR :ALTURA
DEV (:MAYOR + :MENOR)* :ALTURA / 2
FIN
PARA AREASEMICIR :RADIO
DEV (PI * :RADIO)* (PI * :RADIO) / 2
FIN
PARA AREACIR :RADIO
DEV (PI * :RADIO)* (PI * :RADIO)
FIN
PARA AREATRI :LADO
DEV (POTENCIA :LADO 2)*(RAIZCUADRADA 3) / 4
FIN

```

Versión alternativa:

```

PARA AREATRIREC :LADO1 :LADO2
DEV 1/2 * AREARECT :LADO1 :LADO2
FIN
PARA AREAISOS :BASE :ALTURA
DEV 2 * AREATRIREC :BASE / 2 :ALTURA
FIN
PARA AREASEMICIRC :RADIO
DEV (POTENCIA PI * :RADIO 2) / 2
FIN
PARA AREACIR :RADIO
DEV (POTENCIA PI * :RADIO 2)
FIN

```

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ÁREAS DE FIGURAS COMPUESTAS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno tendrá que reconocer las diferentes figuras que componen al dibujo y calcular el área de cada una para obtener el área total del dibujo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Una vez que el alumno identifique las figuras base que componen cada figura, podrá utilizar los procedimientos creados en la actividad **AREA-A1** para calcular las áreas de las figuras complejas dadas.

También se pueden construir procedimientos para cada una de ellas. Algunas posibilidades para ellos son:

PARA FIGURAA

DEV AREARECT 40 60 + AREAPARALELO 60 40 + 2 * AREATIRECT 40 40
FIN

Versión alternativa:

PARA FIGURAA

DEV AREACUAD 100 – AREACUAD 60
FIN

Se recomienda alentar a los alumnos, a resolver el cálculo del área de la figura **A** por los dos métodos:

- como la suma del área de los componentes, y
- como el área del cuadrado total menos el área un cuadrado de lado 60.

PARA FIGURAB

DEV AREARECT 120 140 + AREASEMICIR 60
FIN

PARA FIGURAC

DEV 4 * AREARECT 30 50 + AREACUAD 30
FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ÁREAS DE POLÍGONOS REGULARES

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno tendrá que analizar y calcular el área de las diversas figuras base que componen una figura para determinar su área total.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad, el alumno debe reconocer que cada una de las figuras presentadas está formada por triángulos. Utilizando esto, podrá encontrar la fórmula para calcular el área de cada uno de los polígonos regulares que se le presentan, descomponiendo el todo en partes, y construyendo matemáticamente la fórmula. Para el hexágono, que está compuesto de 6 triángulos equiláteros ($360^\circ / 6 = 60^\circ$), se puede usar el procedimiento **AREATRI**. Así, mediante la tabla presentada, se puede fácilmente calcular el área del hexágono presentado. También se puede construir un procedimiento general para el área de un hexágono; este sería:

**PARA AREAHEXA :LADO
DEV 6 * (AREATRI :LADO)
FIN**

En el caso de otros polígonos regulares, se puede pensar en ellos como formados por triángulos isósceles. Se puede determinar el ángulo de estos triángulos en el vértice correspondiente al centro del polígono, utilizando la fórmula:

$$360^\circ / \text{número de lados del polígono}$$

(Mediante esta fórmula se observa que en el caso particular del hexágono, se tiene que:

$$360^\circ / 6 = 60^\circ$$

lo que implica que en ese caso los triángulos no sólo son isósceles, sino que son equiláteros. Pero esto sólo sucede en este caso del hexágono.)

Si se conoce el lado del polígono regular y se conoce el ángulo, en el vértice central del polígono, de los triángulos isósceles que lo conforman, se puede encontrar la apotema del polígono, que es la altura del triángulo isósceles, usando la fórmula:

$$\text{Apotema} = \frac{\text{lado}}{2 * \tan \frac{\alpha}{2}}, \text{ donde } \alpha = \frac{360}{\text{número de lados}} \left(\frac{\alpha}{2} = \frac{180}{\text{número de lados}} \right)$$

De hecho, esto se puede traducir a un programita en Logo:

**PARA APOTEMA :LADO :NUMLADOS
DEV :LADO / (2 * TAN (180 /:NUMLADOS))
FIN**

Usando esto, fácilmente se pueden encontrar las áreas de polígonos regulares, usando los procedimientos **AREAISOS** (construido en la actividad **AREA-A1**) y **APOTEMA**.

Por ejemplo, en el caso de un pentágono de lado 30, el área sería

5 veces el área de un triángulo isósceles de base 30 y apotema APOTEMA 30 5.

Esto se escribiría en Logo como:

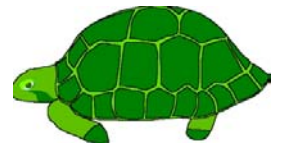
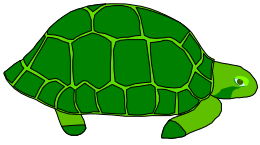
5 * AREAISOS 30 APOTEMA 30 5

donde **AREAISOS** se define como:

**PARA AREAISOS :BASE :ALTURA
DEV :BASE * :ALTURA
FIN**

Usando estas ideas se puede construir un procedimiento que calcule **el área de un polígono regular**:

PARA AREAPOLI :LADO :NUMLADOS DEV :NUMLADOS * AREAISOS :LADO APOTEMA :LADO :NUMLADOS FIN



UNIDAD 20: TRIÁNGULOS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Construcción y estudio de diferentes tipos de triángulos. * Proporcionar al alumno experiencias que le ayuden a crear sus propias herramientas (procedimientos) para resolver problemas, en este caso relacionados con la construcción de triángulos; por ejemplo, a partir de la utilización de fórmulas y teoremas (e.g Teorema de Pitágoras, fórmulas trigonométricas).
Requisitos Logo	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de variables * Recomendable: La primitiva Devuelve (DEV) (Unidad “Funciones”)
CONTENIDOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Primitivas ARCTAN * Cos * Sen * La primitiva RAIZCUADRADA (RC)
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Teorema de Pitágoras * Razones trigonométricas de un ángulo agudo: seno, coseno y tangente. * Propiedades de triángulos rectángulos * Aplicaciones al cálculo de longitudes y distancias. * Cálculo de la hipotenusa o de uno de los catetos de un triángulo rectángulo
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>3er Grado:</p> <ul style="list-style-type: none"> * ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA * GEOMETRÍA <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Desarrollo del pensamiento deductivo * Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>Triángulos rectángulos: - TRI-A1: Hipotenusas - TRI-A2: Catetos - TRI-A3: Ángulos</p>	<p>En estas actividades el alumno creará herramientas de construcción, usando el teorema de Pitágoras y trigonometría, para encontrar la medida de la hipotenusa, el ángulo y los catetos en triángulos rectángulos.</p>
<p>TRI-A4: Triángulos rectángulos: Combinando Todo</p>	<p>En esta actividad el alumno usará las herramientas de construcción que creó en las actividades anteriores, para construir procedimientos que construyan unos triángulos rectángulos particulares.</p>
<p>TRI-A5: Triángulos rectángulos: Generalizando</p>	<p>En esta actividad se construirá un procedimiento general para construir un triángulo rectángulo a partir de sus dos catetos</p>
<p>TRI-A6: Triángulos Isósceles</p>	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de la herramienta CATETO de actividades anteriores, para calcular la altura de un triángulo isósceles. * Construcción de un procedimiento general para un triángulo isósceles a partir de su base y su altura.
<p>TRI-A7: Triángulos en General</p>	<p>El alumno aplicará el teorema de Pitágoras y la ley de los senos para construir un procedimiento general para cerrar cualquier triángulo.</p>
<p>TRI-A8: Más sobre Triángulos Rectángulos</p>	<p>En esta actividad el alumno construirá un procedimiento para trazar un triángulo rectángulo a partir de un cateto y un ángulo.</p>

TRI-A1 TRI-A2 TRI-A3

NOMBRE DE LAS ACTIVIDADES:

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (HIPOTENUSAS, CATETOS, ÁNGULOS)

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades el alumno creará herramientas de construcción, usando el teorema de Pitágoras y trigonometría, para encontrar la medida de la hipotenusa, el ángulo y los catetos en triángulos rectángulos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Traduciendo el Teorema de Pitágoras a Logo, los procedimientos pueden ser como los siguientes. (Nótese que se utiliza la primitiva **DEVUELVE (DEV)** ya que se están creando funciones; esto es necesario para poder utilizar los valores resultados de estos procedimientos dentro de otros procedimientos como los de las actividades siguientes que construyen triángulos):

```

PARA HIPOTENUSA :CATETO1 :CATETO2
DEV RC (:CATETO1 * :CATETO1 + :CATETO2 * :CATETO2)
FIN

```

```

PARA CATETO :HIPOTENUSA :CATETO1
DEV RC (:HIPOTENUSA * :HIPOTENUSA - :CATETO1 * :CATETO1 )
FIN

```

```

PARA ANGULO :CATOPUESTO :CATADY
DEV ARCTAN (:CATOPUESTO / :CATADY )
FIN

```

TRI-A4

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

COMBINANDO TODO

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno usará las herramientas de construcción que creó en las actividades anteriores, para construir procedimientos que construyan unos triángulos rectángulos particulares..

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Los procedimientos para las figuras presentadas se construyen de la siguiente manera:

<p>PARA TRI1 AV 35 GD 90 AV CATETO hipotenusa cateto1 → GD 180 - ANGULO cat.opuesto cat.adyacente → AV hipotenusa → GD (90 + ANGULO cat.opuesto cat.adyacente) → FIN</p>	<p>PARA TRI1 AV 35 GD 90 AV CATETO 100 35 GD 180 - ANGULO 35 (CATETO 100 35) AV 100 GD (90 + ANGULO 35 (CATETO 100 35)) FIN</p>
---	--

<p>PARA TRI2 AV 76 GD 90 AV 85 GD 180 - ANGULO cat.opuesto cat.adyacente → AV hipotenusa → GD (90 + ANGULO cat.opuesto cat.adyacente) → FIN</p>	<p>PARA TRI2 AV 76 GD 90 AV 85 GD 180 - ANGULO 76 85 AV HIPOTENUSA 76 85 GD (90 + ANGULO 76 85) FIN</p>
--	--

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

TRI-A5

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS: GENERALIZANDO

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se construirá un procedimiento general para construir un triángulo rectángulo a partir de sus dos catetos.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se puede utilizar la actividad anterior para llegar a la generalización.

El procedimiento **TRI RECT** puede ser como el siguiente:

PARA TRIRECT :CATETO1 :CATETO2
AV :CATETO1
GD 90
AV :CATETO2
GD 180 - ANGULO :CATETO1 :CATETO2
AV HIPOTENUSA :CATETO1 :CATETO2
GD 90 + ANGULO :CATETO1 :CATETO2
FIN

TRI-A6

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

TRIÁNGULO ISÓSCELES

DESCRIPCIÓN:

- Uso de la herramienta **CATETO** de actividades anteriores, para calcular la altura de un triángulo isósceles.
- Construcción de un procedimiento general para un triángulo isósceles a partir de su base y su altura.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se recuerda que un triángulo isósceles se puede pensar como formado por dos triángulos rectángulos iguales, cuyo cateto es la mitad de la base del triángulo isósceles y la hipotenusa es igual al lado. La altura es entonces el otro cateto del triángulo rectángulo.

Para el triángulo isósceles mostrado, de base 80 y lado 100, se puede entonces calcular la altura, usando el procedimiento **CATETO** de la actividad **TRI-A2**, ejecutando la instrucción

CATETO :HIPOTENUSA :CATETO1
= CATETO 100 80/2
= CATETO 100 40

Un procedimiento general para dibujar un triángulo isósceles usando **TRIRECT** puede ser el siguiente:

PARA ISOSCELES :BASE :ALTURA
TRIRECT :BASE / 2 :ALTURA
AV :BASE
TRIRECT -(:BASE / 2) :ALTURA
FIN

Nótese que se añade un signo negativo en la segunda llamada de TRIRECT para invertir el sentido de la construcción del triángulo rectángulo.

También, si se quiere que haya transparencia de estado, basta añadir la instrucción

RE :BASE

justo al final del procedimiento.

Alternativamente (sin transparencia de estado):

**PARA ISOSCELES :BASE :ALTURA
TRIRECT :BASE / 2 :ALTURA
AV :BASE / 2 GD 90 AV :ALTURA GD 180
TRIRECT :ALTURA :BASE / 2
FIN**

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

TRI-A7

TRIÁNGULOS EN GENERAL

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se aplica el teorema de Pitágoras y la ley de los senos para construir un procedimiento general para cerrar cualquier triángulo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Para encontrando el tercer lado:

Traduciendo a Logo la fórmula dada en la hoja

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 a.b . \cos \delta$$

donde δ es el ángulo entre los lados a y b , se obtiene el siguiente procedimiento:

**PARA LADO3 :A :B :ANGULO
DEV RC ((:A * :A) + (:B * :B) - (2 * :A * :B * COS :ANGULO))
FIN**

Versión alternativa:

**PARA LADO3 :A :B :ANGULO
DEV RC ((POTENCIA :A 2) + (POTENCIA :B 2) - (2 * :A * :B * COS :ANGULO))
FIN**

NOTA: Es importante que los alumnos presten atención cuando usen el procedimiento que las entradas que den sean las correspondientes a los lados y ángulo adecuados: es decir, que la entrada del ángulo sea el valor del ángulo entre los lados conocidos.

Para encontrar el segundo ángulo:

Asimismo, traduciendo a Logo la fórmula

$$\alpha = \arcsen(\text{sen } \delta \cdot a / c)$$

se puede crear el procedimiento ANGULO2 que da como salida el valor del ángulo entre el segundo y el tercer lados:

```

PARA ANGULO2 :A :B :ANGULO
SISINO :ANGULO > 45 ~
  [DEV ARCSEN ( (:A / LADO3 :A :B :ANGULO) * SEN :ANGULO )] ~
  [DEV 180 - ARCSEN ( (:A / LADO3 :A :B :ANGULO) * SEN :ANGULO)]
FIN

```

Combinando todo:

Usando estos procedimientos, se puede crear un procedimiento que dibuje un triángulo a partir del valor de dos de sus lados y el ángulo entre ellos, pero

NOTA: Los ángulos dados son los ángulos internos del triángulo, no los de rotación, por lo que habrá que tomar esto en cuenta al dar las entradas de los giros usando los ángulos suplementarios (es decir, la instrucción sería GD 180 - :ANGULO)

```

PARA TRI :A :B :ANGULO
AV :A
GD 180 - :ANGULO
AV :B
GD 180 - ANGULO2 :A :B :ANGULO
AV LADO3 :A :B :ANGULO
GD :ANGULO + ANGULO2 :A :B :ANGULO
FIN

```

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

MÁS SOBRE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad el alumno construirá un procedimiento para trazar un triángulo rectángulo a partir de un cateto y un ángulo.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Usando el hecho de que el segundo cateto es $:\text{CATETO1} * \text{TAN} : \text{ANGULO}$, el procedimiento quedaría similar al siguiente:

```

PARA TRIRECA :CATETO1 :ANGULO
AV :CATETO1
GD 180 - :ANGULO
AV HIPOTENUSA :CATETO1 :CATETO1 * TAN :ANGULO
GD 90 + :ANGULO
AV :CATETO1 * TAN :ANGULO
GD 90
FIN

```

Dónde **HIPOTENUSA** puede definirse como

```

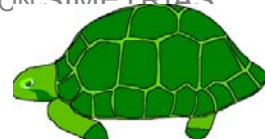
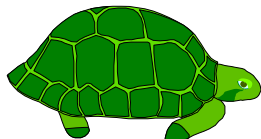
PARA HIPOTENUSA :CAT1 :CAT2
DEV RC (:CAT1 * :CAT1 + :CAT2 * :CAT2)
FIN

```

Lo único de lo que hay que estar consciente es que el ángulo dado es el ángulo entre el primer cateto y la hipotenusa, por lo que en parte del procedimiento, la tortuga debe

- avanzar el cateto dado,
- girar el complemento del ángulo dado, y
- enseguida avanzar la hipotenusa

o viceversa.



UNIDAD 21: JUGANDO CON SIMETRÍAS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	Que el alumno se acerque de manera intuitiva a las nociones de simetría axial y central, a partir de que reflexiones: la conservación de la colinealidad, las distancias y los ángulos, en actividades informales
REQUISITOS LOGO	Unidades: 1-Conociendo a Logo y Repeticiones y Nuevas Palabras
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Observación y enunciado de las propiedades de las simetrías axial y central * Exploración de la simetría axial y central en una figura convencional * Actividades para observar el resultado de componer dos reflexiones respecto al eje de coordenadas Y y X.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>2° Grado: GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Simetría Axial y Central <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de problemas. * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas * Predecir resultados

UNIDAD 21: JUGANDO CON SIMETRÍAS

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
SIM-A1: A través del espejo	En esta actividad el alumno reflexionará sobre el procedimiento que se le presenta, para modificarlo de tal manera que la figura se refleje con respecto al eje de las Y.
SIM-A2: Más sobre transformaciones	Actividades de transformación de la figura inicial mediante simetrías. Se reflexionará sobre cuáles son los cambios que se realizan cuando hay simetría horizontal, vertical, y diagonal.
SIM-A3: Simetrías: generalizando	Modificación del procedimiento presentado en la actividad SIM-A1. Se añade una variable para el tamaño y un parámetro que controla el sentido de las rotaciones. Este procedimiento general hace evidente qué es lo que controla las transformaciones reflexivas y cuáles son los invariantes.
SIM-A4: Otro juego con simetrías	Actividad basada en la actividad anterior. Se utiliza una nueva figura (con una mayor variedad de ángulos) que se deberá reflejar mediante el uso de variables. El propósito de esta actividad es reforzar los conocimientos adquiridos en las actividades previas.

SIM-A1

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

A TRAVÉS DEL ESPEJO

DESCRIPCIÓN:

En estas actividad el alumno reflexionará sobre el procedimiento que se le presenta, para modificarlo de tal manera que la figura se refleje con respecto al eje de las Y.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta unidad se presenta al alumno un acercamiento informal e intuitivo de las nociones de simetría axial y central. Es recomendable hacer notar a los alumnos las invariantes en cada uno de los procedimientos (que indican las propiedades de isometría de estas transformaciones): e.g. conservación de las distancias, de los ángulos y de la colinealidad.

También se recomienda al profesor conectar las observaciones resultados de esta actividad con las hechas en la Unidad 13 “Gráficas y Transformaciones de Funciones”.

En la primera actividad se da un procedimiento que dibuja una letra **F**. Para reflejar este dibujo de manera horizontal (con respecto al eje *y*), basta invertir cada uno de los giros: si en el original gira a la derecha, girar a la izquierda y viceversa. En otras palabras, basta multiplicar cada giro por -1. Así

Dibujo original	Dibujo reflejado horizontalmente	Versión alternativa
PARA LETRAF AV 100 GD 90 AV 50 GD 90 AV 20 GD 90 AV 30 GI 90 AV 20 GI 90 REPITE 2 [AV 20 GD 90] AV 20 GI 90 AV 40 GD 90 AV 20 GD 90 FIN	PARA LETRAFB AV 100 <u>GI</u> 90 AV 50 <u>GI</u> 90 AV 20 <u>GI</u> 90 AV 30 <u>GD</u> 90 AV 20 <u>GD</u> 90 REPITE 2 [AV 20 <u>GI</u> 90] AV 20 <u>GD</u> 90 AV 40 <u>GI</u> 90 AV 20 <u>GI</u> 90 FIN	PARA LETRAFB AV 100 GD -90 AV 50 GD -90 AV 20 GD -90 AV 30 GI -90 AV 20 GI -90 REPITE 2 [AV 20 GD -90] AV 20 GI -90 AV 40 GD -90 AV 20 GD -90 FIN

Se les puede recordar a los alumnos que

$$\mathbf{GD \text{ ángulo} = GI - \text{ángulo}}$$

y viceversa.

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

MÁS SOBRE TRANSFORMACIONES

DESCRIPCIÓN:

Actividades de transformación de la figura inicial mediante simetrías. Se reflexionará sobre cuáles son los cambios que se realizan cuando hay simetría horizontal, vertical, y diagonal.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

- Construir el dibujo C es como reflejar el dibujo original diagonalmente con respecto al origen; para ello, basta invertir el sentido de cada uno de los avances: se puede multiplicar la distancia avanzada por -1 o, equivalentemente, se puede sustituir cada **AVANZA** por un **RETROCEDE** (recordar que **AV** *-distancia* = **RE** *distancia*). Así:

Dibujo original	Dibujo reflejado a través del origen	Versión alternativa
PARA LETRAF	PARA LETRAFC	PARA LETRAFC
AV 100 GD 90	AV -100 GD 90	RE 100 GD 90
AV 50 GD 90	AV -50 GD 90	RE 50 GD 90
AV 20 GD 90	AV -20 GD 90	RE 20 GD 90
AV 30 GI 90	AV -30 GI 90	RE 30 GI 90
AV 20 GI 90	AV -20 GI 90	RE 20 GI 90
REPITE 2 [AV 20 GD 90]	REPITE 2 [AV -20 GD 90]	REPITE 2 [RE 20 GD 90]
AV 20 GI 90	AV -20 GI 90	RE 20 GI 90
AV 40 GD 90	AV -40 GD 90	RE 40 GD 90
AV 20 GD 90	AV -20 GD 90	RE 20 GD 90
FIN	FIN	FIN

¿Por qué funciona esto?

Porque el multiplicar por **-1** las distancias, es como multiplicar por **-1** las coordenadas de abscisa y ordenada: es decir, transforma el punto (x, y) en el punto (-x, -y).

- La construcción del dibujo D se puede pensar como algo en dos pasos:
 - reflejar la figura original horizontalmente con respecto al eje x (multiplicando por -1 los ángulos de rotación)
 - reflejando la figura obtenida en el paso anterior con respecto al origen (multiplicando por -1 las distancias)

Así, se obtiene el procedimiento para LETRAFD

Dibujo original	Dibujo reflejado a través del origen	Versión alternativa
PARA LETRAF AV 100 GD 90 AV 50 GD 90 AV 20 GD 90 AV 30 GI 90 AV 20 GI 90 REPITE 2 [AV 20 GD 90] AV 20 GI 90 AV 40 GD 90 AV 20 GD 90 FIN	PARA LETRAFD AV -100 GD -90 AV -50 GD -90 AV -20 GD -90 AV -30 GI -90 AV -20 GI -90 REPITE 2 [AV -20 GD -90] AV -20 GI -90 AV -40 GD -90 AV -20 GD -90 FIN	PARA LETRAFD RE 100 GI 90 RE 50 GI 90 RE 20 GI 90 RE 30 GD 90 RE 20 GD 90 REPITE 2 [RE 20 GI 90] RE 20 GD 90 RE 40 GI 90 RE 20 GI 90 FIN

Claro que la figura obtenida es la que se obtiene al reflejar la figura original verticalmente, con respecto al eje x.

Se puede generalizar todo esto.

Para ello, damos a los alumnos un procedimiento general que dibuja una letra como la del procedimiento LETRAF:

PARA LETRAF :TAM :P
AV :TAM GD 90 * :P
AV :TAM/2 GD 90 * :P
AV :TAM/5 GD 90 * :P
AV :TAM/3 GI 90 * :P
AV :TAM/5 GI 90 * :P
REPITE 2 [AV :TAM/5 GD 90 * :P]
AV :TAM/5 GI 90 * :P
AV :TAM/2.5 GD 90 * :P
AV :TAM/5 GD 90 * :P
FIN

Este procedimiento utiliza una variable **:TAM** para el tamaño (que determina las distancias) y un parámetro **:P** que sirve para invertir el sentido de las rotaciones.

Nótese que las entradas de **:P** deben ser **1** o **-1** únicamente. (En este caso particular, si se da como valor para **:P** otros enteros, la figura se quedará o invariante o igual a la reflejada.)

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

SIMETRÍAS: GENERALIZANDO**DESCRIPCIÓN:**

Modificación del procedimiento presentado en la actividad **SIM-A1**. Se añade una variable para el tamaño y un parámetro que controla el sentido de las rotaciones. Este procedimiento general hace evidente qué es lo que controla las transformaciones reflexivas y cuáles son los invariantes.

NOTAS Y OBSERVACIONES:* Un parámetro para controlar el sentido de rotación:

En el nuevo procedimiento presentado, se añade un parámetro **:P** que sirve para cambiar el sentido de las rotaciones cuando toma como valor **-1**, ya que **:P** multiplica al valor de todos los ángulos contenidos en el procedimiento.

* Los valores de **:P** deben ser únicamente **1** o **-1**. Se espera que los alumnos entiendan esto, pero se deja que experimenten primero y será el papel del profesor explicar esto. Si se utilizan otras entradas para **:P**, generalmente se deforma la figura (aunque en este caso particular de casualidad no sucede porque todos los ángulos contenidos en el procedimiento son 90 y múltiplos de 90 dan la misma figura o la simétrica).

* Control del sentido de avance de las distancias:

De manera similar se podría utilizar otro parámetro que multiplique por **1** o **-1** a los valores de las distancias. Pero en este caso, ya que se tiene una variable para el tamaño que define todas las distancias contenidas en el procedimiento, se puede uno saltar el añadir un parámetro y controlar estas transformaciones a través de la entrada **:TAM**. Cabe notar que, a diferencia del parámetro que multiplica los ángulos, un parámetro que multiplique a todas las distancias sí puede tomar valores distintos de **1** y **-1** ya que funciona a la vez como un parámetro de proporcionalidad. También por eso tal vez es más conveniente utilizar una variable como **:TAM**.

Será importante explicar todo esto último a los alumnos, ya que en la siguiente actividad si se utiliza un parámetro que multiplica a los valores de las distancias.

Para generar las figuras que se solicitan, las respuestas son:

<i>simetría horizontal</i>	LETRAF 100 -1
<i>simetría con respecto al origen</i>	LETRAF -100 1
<i>simetría vertical</i>	LETRAF -100 -1

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

OTRO JUEGO CON SIMETRÍAS

DESCRIPCIÓN:

Actividad basada en la actividad anterior. Se utiliza una nueva figura (con una mayor variedad de ángulos) que se deberá reflejar mediante el uso de variables. El propósito de esta actividad es reforzar los conocimientos adquiridos en las actividades previas.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se presenta otro procedimiento (**PATRON**) que dibuja una figura asimétrica pero que también contiene ángulos diferentes de 90° , para que produzca un efecto diferente de la figura de las actividades anteriores.

En el procedimiento dado, ya se da un parámetro (**:P1**) que multiplica a los valores de las distancias. Este sirve para controlar el sentido de avance (es decir las coordenadas) y así poder producir figuras simétricas con respecto al origen. (Aunque, como se explicó en las notas de la actividad anterior, este parámetro también podría ser utilizado para controlar el tamaño de la figura).

A diferencia de la actividad anterior, aquí se pide que el alumno comience con la figura producida por **PATRON -1** (lo cuál obliga a mayor reflexión y comprensión de la manera en que se hacen las transformaciones) para predecir y construir sus figuras simétricas con respecto al origen, al eje vertical (simetría horizontal) y al eje horizontal (simetría vertical).

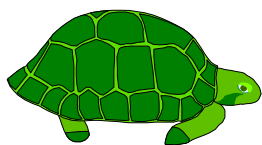
Para la figura simétrica con respecto al origen, basta teclear **PATRON 1**

Para generar las figuras simétricas con respecto a los ejes horizontal y vertical, es necesario modificar el procedimiento como lo solicita la actividad, añadiendo un segundo parámetro **:P2** que multiplique a los valores de los ángulos tomando los valores **1** o **-1**.

PARA PATRON :P1 :P2
AV 225 * :P1 GD 120 * :P2
AV 150 * :P1 GD 120 * :P2
AV 50 * :P1 GD 60 * :P2
AV 50 * :P1 GI 120 * :P2
AV 125 * :P1 GD 60 * :P2
AV 50 * :P1 GD 120 * :P2
FIN

Así, las figuras simétricas de **PATRON -1 1**, se obtienen tecleando:

- Para simetría horizontal **PATRON -1 -1**
- Para simetría vertical **PATRON 1 -1**



UNIDAD 22:



MÁS SOBRE VARIABLES

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Abordar los trazos y construcciones geométricas, como una forma de explorar y conocer las propiedades y características de las figuras geométricas y preparar el paso al razonamiento deductivo * Introducir variable como incógnita
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de la primitiva REPITE * Uso de procedimientos con variable. * Uso de procedimientos con modularidad
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Concepto de variable como relación funcional y como incógnita * Problemas de variación proporcional directa * Operaciones con fracciones algebraicas
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er. Grado ARITMÉTICA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Proporcionalidad <p>2° Grado.</p> <ul style="list-style-type: none"> * Iniciación al uso de literales <p>3er. Grado. ÁLGEBRA</p> <ul style="list-style-type: none"> * Operaciones con expresiones algebraicas <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer situaciones análogas * Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo * Escoger o adaptar la estrategia que le resulte adecuada para la resolución de un problema.

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
ALG-A1: Cohetes <i>Referencia [13]</i>	En esta actividad el alumno tendrá que encontrar las relaciones entre los diferentes elementos para construir procedimientos generales que utilicen una variable (:TAMAÑO). También será necesario utilizar programación modular.
ALG-A2: Astronauta <i>Referencia [13]</i>	Actividad similar a la anterior y que sirve para la actividad siguiente..
ALG-A3: Observando una entrada <i>Referencia [13]</i>	Se le presenta al alumno un problema algebraico y tendrá que despejar la incógnita para poder construir el procedimiento requerido.

ALG-A1 ALG-A2

NOMBRES DE LA ACTIVIDADES:

- COHETES
- ASTRONAUTA

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades, el alumno tendrá que encontrar las relaciones entre los diferentes elementos para construir procedimientos generales que utilicen una variable (:TAMAÑO). También será necesario utilizar programación modular.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Las actividades presentadas en esta unidad fueron diseñadas por la Dra. Sonia Ursini del Cinvestav (ver referencia [13]) para trabajar el concepto de variable. La construcción de programas generales para cada una de las figuras presentadas en esta unidad requiere de operaciones sobre las variables. Se necesita identificar las relaciones entre las medidas de los diferentes elementos que componen las figuras, y representar esas relaciones algebraicamente: operando sobre las variables como si fueran números.

Una estrategia de construcción es hacer el procedimiento para casos particulares, y luego generalizar. Para la generalización los alumnos tendrán que identificar que es lo que se puede sustituir por variables, y cuáles son las invariantes (e.g. los ángulos de rotación) como se hizo en la unidad de razón y proporción.

Los procedimientos pueden ser como los siguientes:

PARA PUNTA :TAM
GD 30 AV :TAM
GD 120 AV :TAM
GD 120 AV :TAM
GD 90
FIN

PARA COHETE :TAM
REPITE 4[GD 90 AV :TAM]
PUNTA :TAM
FIN

PARA NAVE :TAM
GD 30 AV :TAM
GI 30 AV :TAM * 2
GD 30 AV :TAM
GD 120 AV :TAM
GD 30 AV :TAM * 2
GI 30 AV :TAM
GD 120 AV :TAM *2
GD 90
FIN

Posibles procedimientos para dibujar el astronauta:

Procedimiento caso particular	Procedimiento general
PARA ASTRONAUTA AV 60 GI 90 REPITE 2 [AV 20 GD 90] AV 30 GI 108 REPITE 3 [AV 30 GD 72] AV 30 GI 108 AV 30 REPITE 2 [GD 90 AV 20] GI 90 AV 60 REPITE 2 [GD 90 AV 25] RE 25 GI 90 AV 25 GD 90 FIN	PARA ASTRONAUTA :TAM <u>AV :TAM * 3 GI 90</u> REPITE 2 [AV :TAM / 3 GD 90] AV :TAM / 2 GI 108 REPITE 3 [AV :TAM / 2 GD 72] AV :TAM / 2 GI 108 AV :TAM / 2 REPITE 2 [GD 90 AV :TAM / 3] GI 90 AV :TAM REPITE 2 [GD 90 AV :TAM * 25/60] RE :TAM * 25/60 GI 90 AV :TAM * 25/60 GD 90 FIN

Posibles procedimientos para dibujar el cohete de la hoja **ALG-A2** (nótese que el procedimiento **PUNTA** es el mismo de la actividad anterior):

Procedimiento caso particular	Procedimiento general
PARA COHETE2 PUNTA BASE FIN	PARA COHETE2 :TAM PUNTA :TAM * 2 BASE :TAM FIN
PARA BASE RE 50 GI 90 AV 25 RE 25 REPITE 3 [GD 90 AV 50] GD 180 REPITE 2 [AV 50 GD 90] AV 50 GI 90 AV 25 FIN	PARA BASE :TAM RE :TAM GI 90 AV :TAM / 2 RE :TAM / 2 REPITE 3 [GD 90 AV :TAM] GD 180 REPITE 2 [AV :TAM GD 90] AV :TAM GI 90 AV :TAM / 2 FIN
PARA PUNTA GD 30 AV 100 GD 120 AV 100 GD 120 AV 100 GD 90 FIN	PARA PUNTA :TAM GD 30 AV :TAM GD 120 AV :TAM GD 120 AV :TAM GD 90 FIN

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

OBSERVANDO UNA ENTRADA

DESCRIPCIÓN:

En esta actividad se le presenta al alumno un problema algebraico y tendrá que despejar la incógnita para poder construir el procedimiento requerido.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

En esta actividad se plantea la ecuación:

$$60 = 3 * :A + :A + 2 * :A$$

Corresponde al profesor explicar de dónde surge ésta:

- la altura de las piernas es $3 * :A$
- el ancho del brazo es $:A$
- y la altura de la cabeza es $2 * :A$

y se quiere que la suma de estos 3 valores sea 60

Despejando la ecuación se obtiene:

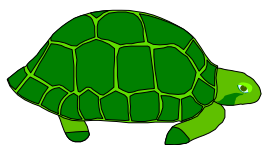
$$\begin{aligned} 60 &= 3 * :A + :A + 2 * :A \\ &= (3 + 1 + 2) * :A \\ &= 6 * :A \end{aligned}$$

$$\Rightarrow :A = 60/6 = 10$$

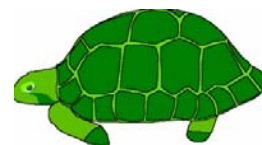
Dependiendo de la definición de **ASTRONAUTA** que el alumno haya creado, el uso de $:A$ en la entrada de **ASTRONAUTA** variará. Si **ASTRONAUTA** está definido como en nuestras notas de **ALG-A2**, donde la entrada **:TAMAÑO** corresponde al largo de las piernas que es $3 * :A$, entonces, la entrada tendría que ser $3 * :A = 10$ y se teclearía:

ASTRONAUTA 30

También se puede modificar **ASTRONAUTA** para que esté definido en términos del ancho del brazo ($:A$).



UNIDAD 23:



MÁS RECURSIVIDAD, ÁRBOLES Y FRACTALES

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Actividades de Recursividad Compleja (que continúan lo visto en la unidad 10) * Exploración de fractales: ideas matemáticas de actualidad.
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Unidad 5: Trabajando con componentes * Unidad 10: Recursividad * Unidad 12 Funciones
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Reproducción de figuras y patrones geométricos * Cálculo de perímetros y áreas <p>Temas avanzados:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras Fractales * Infinito Matemático: Paradojas del Infinito * Límites de Sucesiones Infinitas
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado. GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos <p>2º Grado. GEOMETRÍA:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos * Cálculo de perímetros y áreas <p>EN GENERAL:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema * Predecir resultados * Practicar el razonamiento deductivo en situaciones extraídas de la geometría * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>FRACT-A1: Árboles y recursividad</p> <p><i>Referencia: [12]</i></p>	<p>Introducción a la programación recursiva compleja mediante la construcción de un árbol fractal. Se muestra la similitud entre la primera etapa de la construcción (el tronco) y la figura fractal (el árbol). Luego se presenta una modificación del procedimiento ARBOL, en la que se incluye una variable para el nivel. También se sugieren otras modificaciones (crear un árbol asimétrico) que requieren de un análisis del código.</p>
<p>FRACT-A2: Exploraciones Fractales: La Curva De Koch</p> <p><i>Referencia: [12]</i></p>	<p>Introducción a fractales: construcción de la curva de Koch cuyo perímetro tiende a infinito cuando el nivel se acerca al infinito. Mediante exploraciones numéricas, se introduce, de manera preliminar, a los alumnos a ideas avanzadas: el comportamiento en el infinito y límites de sucesiones.</p>
<p>FRACT-A3: Exploraciones Fractales: El Copo de Nieve</p> <p><i>Referencia: [12]</i></p>	<p>Continuación de la actividad anterior y enfrentamiento a una de las aparentes paradojas del infinito: una figura con un perímetro infinito pero área finita.</p>
<p>FRACT-A4 y FRACT-A5: Exploraciones con el triángulo de Sierpinski</p> <p><i>Referencia: [12]</i></p>	<p>En estas actividades se presenta otra figura fractal: el Triángulo de Sierpinski. Se dan dos métodos muy diferentes para construir la misma figura.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ÁRBOLES Y RECURSIVIDAD

DESCRIPCIÓN:

Introducción a la programación recursiva compleja mediante la construcción de un árbol fractal. Se muestra la similitud entre la primera etapa de la construcción (el tronco) y la figura fractal (el árbol). Luego se presenta una modificación del procedimiento recursivo complejo **ARBOL**, en la que se incluye una variable para el nivel. También se sugieren otras modificaciones (crear un árbol asimétrico) que requieren de un análisis del código.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

La programación recursiva compleja no es sencilla, pero es muy poderosa, ya que en unas cuantas líneas se pueden crear figuras muy complejas como son los fractales. En las notas de la Unidad 10 “Recursividad” se describe el “juego de los duendes” que es muy útil para entender cómo funciona un programa recursivo. Pero los procedimientos que aquí se presentan tienen más de una llamada recursiva, lo que los vuelve más complicados.

En esta actividad mostramos la manera de crear árboles fractales usando recursividad. Una de las propiedades de la recursividad es la auto-similitud (o cuasi-auto-similitud): es decir, como las partes son similares (o cuasi-similares) al todo: en un árbol se puede pensar en las ramas como pequeños árboles similares al árbol completo. Esta propiedad es la clave para poder construir los programas recursivos que generan al árbol:

Se construye un primer procedimiento (que llamamos **TRONCO**) y que genera la figura base. Para crear el siguiente paso del árbol, se podría entonces proceder a crear un procedimiento **ARBOL**, similar a **TRONCO**, donde se sustituyen las ramas de la figura base (formadas por las instrucciones **AV :L/2 RE :L/2**, en **TRONCO**), por ramas más complejas (formadas por el subprocedimiento **RAMA** en **ARBOL**):

PARA TRONCO :L	PARA ARBOL :L	PARA RAMA :L
AV :L	AV :L	AV :L
GI 30	GI 30	GI 30
AV :L/2	RAMA :L/2	AV :L/2
RE :L/2		RE :L/2
GD 60	GD 60	GD 60
AV :L/2	RAMA :L/2	AV :L/2
RE :L/2		RE :L/2
GI 30	GI 30	GI 30
RE :L	RE :L	RE :L
FIN	FIN	FIN

(Obsérvese que el procedimiento **RAMA** es el exacto mismo que **TRONCO**).

Este primer procedimiento **ARBOL** crearía un árbol de un nivel más complejo que el procedimiento **TRONCO**. Si se quisiera un nivel más, entonces basta cambiar el procedimiento **RAMA** sustituyendo en él las líneas

AV :L/2
RE :L/2

por la llamada **RAMA2 :L/2** de un nuevo procedimiento **RAMA2** nuevamente idéntico a **TRONCO**. Se podría entonces continuar este proceso indefinidamente. Pero nótese que este sería un proceso sumamente ineficiente, más aún cuando todos los anteriores procedimientos son fundamentalmente iguales. (Mencionamos este método únicamente porque es la manera en que muchos alumnos y usuarios comienzan en la construcción de una figura como árbol, y porque ayuda a entender el razonamiento.)

Mejor utilizar recursividad:

Es mucho más eficiente utilizar recursividad: se sustituye la ramita original dada por

AV :L/2
RE :L/2

(o en el procedimiento **ARBOL** arriba, la llamada de **RAMA**), por una copia de la figura base completa pero de menor tamaño (en este caso de tamaño $\frac{1}{2}$). El procedimiento quedaría entonces de la siguiente manera:

PARA ARBOL :L
AV :L
GI 30
→ARBOL :L/2
GD 60
→ARBOL :L/2
GI 30
RE :L
FIN

No olvidar la condición de parada:

Sin embargo, nótese que un procedimiento como el anterior nunca se completaría, ya que no hay condición de parada, y entraría entonces en un ciclo sin fin al entrar a la primera llamada recursiva. Se necesita entonces completarlo, incluyendo una condición de parada en la que se indica de qué tamaño sería la ramita más pequeña. Por ejemplo, si se quiere que la ramita más pequeña no sea de tamaño menor que 1, se añadiría la condición:

SI :L < 1 [ALTO]

al principio del procedimiento (ya que para que funcione necesariamente debe ir antes de la primera llamada recursiva).

El procedimiento completado sería entonces como el dado en la hoja de actividad.

Modificando el procedimiento **ARBOL**:

Mientras que en el procedimiento **ARBOL** de la primera hoja de actividades se controla el tamaño total del árbol mediante el tamaño de la rama más pequeña a través de la instrucción condicional (**SI :L<1 [ALTO]**), se puede hacer una modificación al procedimiento mediante la cuál se controla el tamaño del árbol según el nivel de ramas que se desea. Para ello se añade otra variable (**:NIVEL**) que disminuirá en cada llamada recursiva, quedando el programa como el procedimiento **ARBOL2** presentado en la hoja de actividades **FRACT_A1.2**.

No olvidar modificar cada llamada recursiva:

Es importante recordar que cada vez que se hace una modificación a un programa añadiéndole o quitándole variables, se deben modificar todas las llamadas recursivas para que contengan el número adecuado de entradas (que corresponde al número de variables que estén definidas). Asimismo si se cambia el nombre del procedimiento, se debe recordar cambiar el nombre en todas las llamadas recursivas que contenga. El olvido de dichas modificaciones es un error sumamente común que hace que el procedimiento no funciones como se espera.

Para hacer el árbol asimétrico, únicamente hace falta cambiar los ángulos de rotación al inicio (**GI 30**) y final (**GI 30**), para que sean distintos uno del otro, pero cuidando que los valores de los giros sigan sumando lo mismo que lo que se gira en dirección opuesta (la instrucción **GD 60**). Así, por ejemplo, el procedimiento podría modificarse como sigue (nótese que para los valores de los ángulos del ejemplo $45+15=60$).

PARA ARBOL2 :NIVEL :L SI :NIVEL = 0 [ALTO] AV :L GI 30 ARBOL2 :NIVEL - 1 :L /2 GD 60 ARBOL2 :NIVEL - 1 :L /2 GI 30 RE :L FIN	→ →	PARA ARBOLASIM :NIVEL :L SI :NIVEL = 0 [ALTO] AV :L GI 45 ARBOLASIM :NIVEL - 1 :L /2 GD 60 ARBOLASIM :NIVEL - 1 :L /2 GI 15 RE :L FIN
---	------------	--

NOMBRES DE LAS ACTIVIDADES:

FRACT-A2 FRACT-A3

EXPLORACIONES FRACTALES:

- LA CURVA DE KOCH
- EL COPO DE NIEVE

DESCRIPCIÓN:

Introducción a fractales: construcción de la curva de Koch cuyo perímetro tiende a infinito cuando el nivel se acerca al infinito. Mediante exploraciones numéricas, se introduce, de manera preliminar, a los alumnos a ideas avanzadas: el comportamiento en el infinito y límites de sucesiones.

En la actividad del “Copo de Nieve”, se enfrenta a los alumnos con una de las aparentes paradojas del infinito: una figura con un perímetro infinito pero área finita

NOTAS Y OBSERVACIONES:

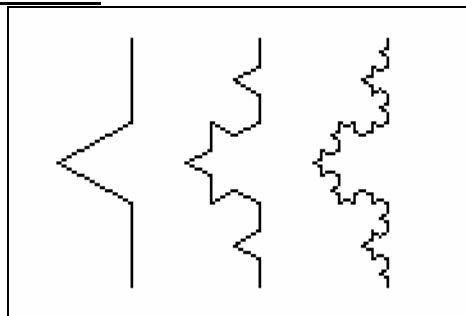
Acerca de las exploraciones de los fractales:

Los fractales, como la curva de Koch, el copo de nieve, y el triángulo de Sierpinski, tienen el atractivo de ser hermosos, divertidos, y de formar parte de un área más contemporánea de la matemática. Pero su riqueza desde el punto de vista matemático es que son objetos límite producidos por construcciones formadas por sucesiones geométricas infinitas. Estos fractales “existen” como límites de procesos infinitos, sin embargo una vez “producidos” también pueden ser concebidos en términos de conjuntos formados por una infinidad de partes, donde cada parte es auto-similar al todo (resaltando la naturaleza recursivo-iterativa del infinito). Por razones obvias, estos objetos suministran un campo fértil para introducir a los alumnos a la exploración de procesos infinitos y de objetos “infinitos”, lo que constituye un antecedente para el estudio de límites que se dará cuando eventualmente se estudie cálculo en los niveles de estudios medio-superior y superior. También resulta interesante que el código de programación para construir estos fractales refleja en su estructura recursiva, cada una de las etapas de la sucesión

Las exploraciones de dichos fractales son útiles para confrontar a los estudiantes con la idea de “qué sucede en el infinito”, mediante la “visualización” de un proceso infinito a través de la observación del comportamiento de sus aproximaciones. Durante estas exploraciones surgen aparentes contradicciones, tales como que el perímetro de la curva de Koch es infinito y sin embargo está formado por segmentos infinitesimales de medida prácticamente cero. Para superar dichas paradojas resultan útiles las exploraciones numéricas que

complementan los modelos visuales y para las cuales se pueden utilizar procedimientos de "medida". Se recomienda que los valores numéricos se estructuren en tablas de valores.

La curva de Koch y el "copo de nieve":

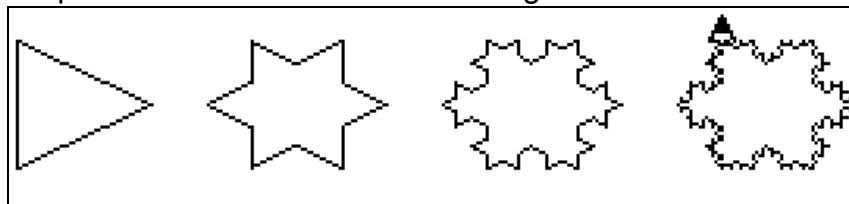


Proceso de construcción de la curva de Koch.

La curva de Koch se construye reemplazando en cada etapa, cada (sub)segmento de recta con una figura semejante a la figura generadora original (ver figura). Obsérvese que son **4 segmentos originales** que se reemplazan por una copia (en reducción a **escala 1/3**) de la figura original: esto se refleja en el código del procedimiento donde hay 4 llamadas recursivas (una por cada segmento que se reemplaza) y que toman cada una como entrada de la variable un tercio del tamaño original.

Para las actividades de exploración de la curva de Koch se deberán llevar a cabo mediciones del perímetro de la curva a través de los niveles sucesivos. Para ello se utilizan tablas de valores donde se registra y relaciona el número de segmentos y el tamaño de cada segmento para cada nivel (se sugiere para ello, como se indica en la hoja de actividad, añadir una instrucción (**ESCRIBE :LADO**) en la condición de parada del procedimiento que escriba el valor del segmento más pequeño cada vez que se dibuje uno: nótese que entonces se escribirá el valor del tamaño del segmento repetidas veces, equivalentes al número de segmentos que conformen la figura).

Las tablas de valores ayudan a "visualizar" en lo numérico el comportamiento de los elementos. Aunque no vienen en la hoja de actividades del copo de nieve, también se recomienda fuertemente utilizar tablas de valores para el estudio del perímetro y del área del copo de nieve. El copo de nieve se forma al unir triangularmente tres curvas de Koch:



Para el análisis del crecimiento del área del copo de un nivel a otro, también se sugiere empalmar figuras sucesivas (no borrando la pantalla entre una y otra ejecución del procedimiento) para resaltar los pequeños triángulos que se van añadiendo. Para la medición del área de dichos pequeños triángulos se puede utilizar un procedimiento para calcular el

área de un triángulo equilátero (**AREATRI**). Este procedimiento-herramienta también es útil en las exploraciones del triángulo de Sierpinski, y viene incluido en la hoja **FRACT-A4.3**:

**PARA AREATRI :LADO
DEV (POTENCIA :LADO 2) * (RAIZCUADRADA 3) / 4
FIN**

Mediante las exploraciones numéricas del perímetro de la curva de Koch y del área del copo de nieve se podrá observar lo siguiente:

- * El perímetro de la curva de Koch tiende a crecer indefinidamente a medida que el nivel crece; esto indica (como se mencionó arriba) que el perímetro tiende a ser infinito.
- * Por otro lado, la medida de los segmentos que conforman dicha figura tiende a hacerse muy pequeña (de hecho tiende a cero): esto podría llevar a algunas personas a considerar que se tiene una situación paradójica: que “el perímetro de la curva de Koch es infinito pero está formado por segmentos infinitesimales de medida prácticamente cero” En realidad lo que sucede es que, como se podrá observar en la tabla de valores numéricos, el perímetro crece mucho más rápido que lo que decrece el tamaño de los segmentos: es por eso que la situación es posible, y pensar de la manera como se expresa la paradoja es una manera errónea de pensar puesto que no se puede pensar en lo infinito como se piensa de lo finito.
- * En cuanto al perímetro del copo de nieve, éste, al ser formado por 3 curvas de Koch, también tiende a crecer indefinidamente a medida que el nivel crece; es decir tiende a ser infinito.
- * Por otro lado, como se observará en la tabla de valores, su área tiende a ser una constante (i.e. tiene un límite). Esto lleva a algunas personas a pensar que hay una contradicción: “cómo puede ser que un perímetro infinito contenga un área finita”. Pero como se sabe cuando se estudian rectángulos: el área no depende del perímetro, sino de la forma (más ancho, más estrecho, etc.). En este caso se puede decir que el perímetro infinito está espacialmente acotado (y acota a un área finita) puesto que está todo “arrugado”.

Otro copo:

Finalmente, aunque no forma parte de las investigaciones relacionadas al crecimiento de las medidas, una variación bonita del copo de nieve y que gusta mucho a los alumnos, es la que se produce cambiando la dirección del ángulo en el procedimiento COPO:

**PARA COPO :NIVEL
REPITE 3 [KOCH 100 :NIVEL GD 120] →
FIN**

**PARA OTROCOPO :NIVEL
REPITE 3 [KOCH 100 :NIVEL GI 120]
FIN**

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

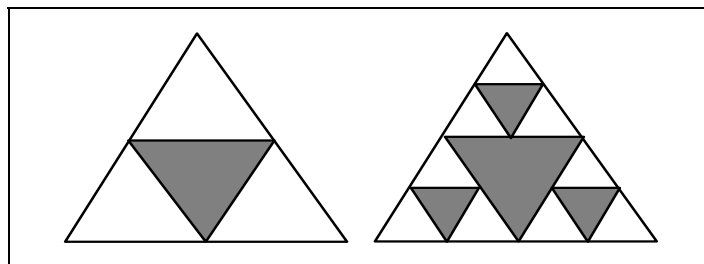
EXPLORACIONES CON EL TRIANGULO DE SIERPINSKI

DESCRIPCIÓN:

En estas actividades se presenta otra figura fractal: el Triángulo de Sierpinski. Se dan dos métodos muy diferentes para construir la misma figura.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

El triángulo de Sierpinski constituye otro ejemplo mediante el cual analizar el comportamiento en el infinito: es un proceso que en cada etapa “quita” una cuarta parte del área de cada (sub)triángulo, a tal grado que el área en el infinito tiende a cero.



Primeras etapas en la construcción del triángulo de Sierpinski.

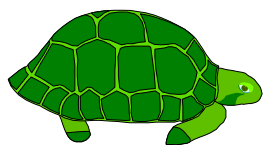
Al ser analizado, el código de este procedimiento refleja la estructura de la figura que contiene en cada triángulo, 3 triángulos de mitad de tamaño. Esta figura, y el comportamiento de su área en niveles sucesivos, se puede explorar de manera análoga (utilizando tablas) al copo de nieve.

Finalmente, en la última actividad **FRACT-A5**, se muestra un procedimiento **CURVA** que es una manera alternativa de construir el triángulo de Sierpinski mediante una curva (por lo que se denomina a esta figura “la curva de Sierpinski”). En este procedimiento se utiliza un parámetro :P que es usado para cambiar la dirección de rotación de la tortuga en diferentes llamadas recursivas: por ello la entrada de esa variable :P siempre tiene que ser 1.

Nótese que si se ejecutan, por ejemplo,

CURVA 1 100 8 y **TRI 100 7**

se obtienen figuras visualmente idénticas, pero obtenidas por métodos muy diferentes.



UNIDAD 24: INVESTIGANDO ESTRELLAS

PROPÓSITO DE LAS ACTIVIDADES	<ul style="list-style-type: none"> * Que el alumno identifique la relación entre el ángulo de rotación, y el número de rotaciones que completan a una figura. * Que el alumno investigue las relaciones entre las características que determinan a una figura.
REQUISITOS LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Uso de la primitiva REPITE * Modularidad * Uso de variables
CONTENIDO LOGO	<ul style="list-style-type: none"> * Rumbo de la tortuga: Primitivas RUMBO y PONRUMBO (PONR)
CONTENIDOS MATEMÁTICOS	<ul style="list-style-type: none"> * Reproducción y trazado de figuras geométricas que satisfacen condiciones dadas. * Ejecución y descripción de los pasos de una construcción geométrica * Medición de ángulos para la reproducción de figuras. * Utilización de una tabla para explorar si dos cantidades varían proporcionalmente o no.
CORRESPONDENCIA EN CURRÍCULUM	<p>1er Grado: GEOMETRÍA: <ul style="list-style-type: none"> * Figuras básicas y trazos geométricos PRESENTACIÓN Y TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN <ul style="list-style-type: none"> * Organización y presentación de datos 2° Grado: ARITMÉTICA: <ul style="list-style-type: none"> * Múltiplos y divisores GEOMETRÍA <ul style="list-style-type: none"> * Dibujos y Trazos geométricos EN GENERAL: <ul style="list-style-type: none"> * Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema * Reconocer situaciones análogas (desde un punto de vista matemático, tienen una estructura equivalente). </p>

Actividades que constituyen esta unidad:

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN Y OBSERVACIONES
<p>ESTR-A1 Investigando Estrellas I</p>	<p>Estas actividades son muy ricas para explorar, aunque son algo complejas. El objetivo es que el alumno encuentre la conexión entre el número de picos de la estrella que se le presenta y la medida del ángulo de rotación.</p>
<p>ESTR-A1 Investigando Estrellas II</p>	<p>Se sugiere al profesor que aliente al alumno a explorar diferentes estrellas, para que se de cuenta en qué momentos la estrella se cierra y cuando no alcanza a formarse.</p>

NOMBRE DE LA ACTIVIDAD:

ESTR-A1
ESTR-A2

INVESTIGANDO ESTRELLAS 1 y 2

DESCRIPCIÓN:

El objetivo de estas actividades es que el alumno encuentre la conexión entre el número de picos de la estrella que se le presenta y la medida del ángulo de rotación. Estas actividades son muy ricas para explorar, aunque son algo complejas.

NOTAS Y OBSERVACIONES:

Se sugiere al profesor que aliente al alumno a explorar diferentes estrellas, para que se de cuenta en qué momentos la estrella se cierra y cuando no alcanza a formarse.

- * Entre las observaciones que se pueden hacer respecto a las figuras obtenidas usando el procedimiento **ESTRELLA** de la actividad **ESTR-A1**, están las siguientes:
 - Si el **ángulo de rotación es menor o igual a 90°** la figura es un **polígono convexo**.
 - Si el **ángulo de rotación es k , mayor a 180°** , se obtiene la **misma figura que con $(360^\circ - k)$ pero en la dirección opuesta**
 - Si el **ángulo de giro es primo o $(360^\circ - \text{primo})$** , la figura tiene **360 picos**.
 - Todas las figuras con 180 picos tienen ángulo de rotación par.
 - Dos estrellas pueden tener el mismo número de picos, pero la que tenga un ángulo de rotación mayor, será más pequeña.
 - Las “estrellas” de 360 picos son discos.
- * La actividad de estrellas tiene mucha relación con la unidad 6 “Polígonos Regulares”, ya que otro tipo de procedimiento distinto al presentado en la actividad ESTR-A2.1 que produce las estrellas a partir del número de picos, es el mismo tipo de procedimiento que construye un polígono regular (ver procedimiento POLIESTRELLA más abajo) pero con ángulo de rotación mayor a 90° .

La idea es que al final de las actividades se encuentre la clave para dibujar estrellas y polígonos (convexos o no) cerrados:

el total de grados girados debe ser un múltiplo de 360

REPITE 5 [AV 50 GD 144]. $5 * 144 = 720$ es 2 veces múltiplo de 360

REPITE 9 [AV 50 GD 160]. $9 * 160 = 1440$ 1440 es 4 veces múltiplo de 360

Así, se puede usar un procedimiento como el siguiente:

**PARA POLIESTRELLA :NUMPICOS :FACTOR
 REPITE :NUMPICOS [AV 50 GD :FACTOR * 360/:NUMPICOS]
 FIN**

POLIESTRELLA 5 2 produce una estrella de 5 picos

POLIESTRELLA 7 2 y **POLIESTRELLA 7 3** producen dos estrellas diferentes de 7 picos

POLIESTRELLA 9 2 y **POLIESTRELLA 9 4** producen dos estrellas diferentes de 9 picos

POLIESTRELLA 10 3 produce una estrella de 10 picos

Recomendamos al profesor discutir con los alumnos cómo el procedimiento **POLIESTRELLA** está basado en el procedimiento para construir un polígono regular de la unidad 6 y cómo éste refleja en su estructura el principio de que **el total de grados girados debe ser un múltiplo de 360°**. Recordamos que el total de grados girados es

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{el valor del giro en cada repetición} & \text{por} & \text{el número de repeticiones} & & & & \\
 \downarrow & & \downarrow & & & & \\
 \text{(:FACTOR * 360 / :NUMPICOS)} & * & \text{:NUMPICOS} & = & \text{:FACTOR * 360} & &
 \end{array}$$

Los alumnos pueden explorar

- cuántas figuras se pueden producir con un mismo número de picos;

y tratar de entender

- cuándo se produce un polígono convexo (lo cuál obviamente siempre sucederá usando un factor de 1, pero también en otros casos);
- porqué diferentes factores pueden producir la misma figura;
- porqué hay casos donde la figura no tiene el número de picos solicitados, sino que, por ejemplo, se colapsa en una línea o en un polígono con una fracción (e.g. la mitad) de picos.

En cuanto al procedimiento **ESTRELLA** de la actividad **ESTR-A2.1**, una sugerencia para explorar cuántos picos produce un determinado ángulo que se les puede dar a los alumnos que son buenos en programación es que pongan un contador de picos dentro del programa como se muestra abajo. Puesto que hay que inicializar el contador cada vez que se utiliza, siempre se debe dar como entrada 1: por ejemplo, se teclea

ESTRELLA 160 1

**PARA ESTRELLA :ANGULO :CUENTAPICOS
 AV 100 GD :ANGULO
 SI RUMBO = 0 [ES :CUENTAPICOS ALTO]
 ESTRELLA :ANGULO :CUENTAPICOS + 1
 FIN**

Usando este procedimiento se puede crear la siguiente tabla con el número de picos que corresponden a los diferentes ángulos de rotación. Ésta se puede usar para encontrar algunos de los factores para crear estrellas con **POLIESTRELLA**, mediante la fórmula

$$\text{factor} = (\text{ángulo de rotación}) \times (\text{número de picos}) / 360$$

Angulo de rotación	Número de picos	Angulo de rotación	Número de picos	Angulo de rotación	Número de picos
120	3	104	45	118	180
144	5	112	45	122	180
$2 * 360 / 7$	7	128	45	134	180
135	8	136	45	142	180
160	9	152	45	146	180
108	10	176	45	154	180
$factor * 360 / 11$	11	102	60	158	180
150	12	114	60	166	180
$factor * 360 / 13$	13	138	60	178	180
96	15	174	60	91	360
168	15	95	72	97	360
$factor * 360 / 17$	17	115	72	101	360
100	18	125	72	103	360
140	18	145	72	107	360
$factor * 360 / 19$	19	155	72	109	360
126	20	175	72	113	360
162	20	92	90	119	360
$factor * 360 / 21$	21	116	90	121	360
$factor * 360 / 23$	23	124	90	127	360
105	24	148	90	131	360
165	24	164	90	133	360
172.8	25	172	90	137	360
$factor * 360 / 28$	28	93	120	139	360
132	30	111	120	143	360
156	30	123	120	149	360
168.75	32	129	120	151	360
110	36	141	120	157	360
130	36	147	120	161	360
170	36	159	120	163	360
99	40	177	120	167	360
117	40	94	180	169	360
153	40	98	180	173	360
171	40	106	180	179	360

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Abelson, H & diSessa, A. (1981), *Turtle Geometry* MIT Press, ISBN 0-262-51037-5.
- [2] Abelson, H. (1982), *Logo para la Apple II* Byte Books / McGraw-Hill, ISBN 968-451-734-3.
- [3] Cuoco, A. (1990) *Investigations in Algebra* MIT Press: Cambridge, MA. ISBN 0-262-03144-2
- [4] Dench, Paul C. *Welcome to the Turtle World of Logo*, Publicación electrónica http://www.cowan.edu.au/pa/ecawa/sig/logo/paul_dench/turtle/tool-box/text/pdf-manual.pdf
- [5] Harvey, Brian (1985),. *Computer Science Logo Style, Vol 1, Vol. 2 & Vol. 3*. MIT Press.
- [6] Hitt, Fernando (1995), *Logo Construcción de Conceptos Matemáticos*, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV – IPN
- [7] Hoyles, C. & Sutherland, R. (1989), *Logo Mathematics in the Classroom*. Routledge; London and N.Y. (Revised paperback edition, 1992).
- [8] Hoyles, C. Noss, R. & Sutherland, R. (1991), *Final Report of the Microworlds Project* (1986 -1989), Department of Mathematics, Statistics and Computing Institute of Education, University of London
- [9] Logotron & Dye, Brian. (1995), *Mathematics Though WinLogo Teacher's Notes, Pupils' Book 1&2*. Cambridge UK: Longman Logotron. ISBN 0582 959829 / ISBN 0582 960703 /ISBN 0582 960711.
- [10] Muller, Jim. (1997), *The Great Logo Adventure*. Doone Publications, Madison, AL,USA ISBN 0-9651934-6-2.
- [11] Quintero, R. y Ursini, S. *La Micro-Computadora en la Clase de Matemáticas*, Fascículo número 1, CINVESTAV, México.
- [12] Sacristán, A. (1997), *Windows on the Infinite: Creating meanings in a Logo Microworld* PhD Dissertation, University of London
- [13] Ursini, S. (1993), *Pupils' Approaches to Different Characterizations of Variable in Logo* PhD Dissertation, University of London

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

- [14] Almeida, M. (1999) "The constructionist approach: The integration of computers in brazilian public schools" en *Logo Philosophy and Implementation*. LCSI
- [15] Balacheff, N. & Sutherland, R. (1994) "Epistemological Domain of Validity of Microworlds: the case of *Logo* and *Cabri-géomètre*", en Lewis, R. & Mendelsohn, P. (eds) *Lessons from Learning* (A-46), Elsevier Scienc B.V., Holland. P.137-150.
- [16] Blaho, A. & Kalas, I. (1998) *SuperLogo: Learning by Developing*. Logotron.
- [17] Clayson, J. (1981) *Visual Modelling with Logo A Structured Approach to Seeing*, M.I.T. Press.
- [18] DiSessa A. (1988), "Knowledge in Pieces", en Forman, G. & Pufall, P. (eds.), *Constructivism in the Computer Age*; p. 49-70.
- [19] Disessa A.; Hoyles, C. & Noss, R. (eds.) (1995), *Computers and Exploratory Learning*. Springer-Verlag, Berlin.
- [20] Disessa, A (1997) "Open Toolsets: New Ends and New Means in Learning Mathematics and Science with Computers". Proceedings of PME-21, Finland; Erkki Pehkonen (Ed.), . 47-62.
- [21] Disessa, A. (1995), "Thematic Chapter: Epistemology and Systems Design", en Disessa A.; Hoyles, C. & Noss, R. (eds.), *Computers and Exploratory Learning*, p.15-29.
- [22] Dreyfus, T. (1993), "Didactic Design of Computer-based Learning Environments", en Keitel, C. & Ruthven, K.
- [23] Feurzig, W.; Papert, S.; et al. (1969) *Programming Languages as a Conceptual Framework for Teaching Mathematics*, Report 1889, Bolt Beranek & Newman, Cambridge, Mass., USA.
- [24] Goldenberg, E & Feurzig (1986) *Exploring Language with Logo*, MIT Press.
- [25] Harel, I. & Papert, S. (1990) Software Design as a Learning Environment. *Interactive Learning Environment*, 1, 1-32
- [26] Harel, I. & Papert, S. (eds.), (1991), *Constructionism*; Ablex Publishing Corporation, Norwood, NJ.
- [27] Harel, Idit (1991). *Children Designers*, Norwood NJ: Ablex.
- [28] Hoyles, C. & Noss, R. (1987a), "Synthesising Mathematical conceptions and their formalisation through the construction of a LOGO-based school mathematics curriculum", *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 18, 4 (1987), p.581-595.
- [29] Hoyles, C. & Noss, R. (1987b), "Children working in a structured LOGO environment: From doing to understanding", *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol.8.1.2. (1987), p.131-174.
- [30] Hoyles, C. & Noss, R. (eds.) (1992) *Learning Mathematics and Logo*. MIT Press.
- [31] Hoyles, C. (1993), "Microworlds/Schoolworlds: The Transformation of an Innovation", en Keitel, C. & Ruthven, K. (eds.) *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology* NATO ASI Series Vol. F 121, Springer-Verlag, Berlin 1993. Pp
- [32] Hoyles, C. Noss, R. & Sutherland, R. (1989) "Designing a LOGO-based microworld for ratio and proportion", *Journal of Computer Assisted Learning* 5 (1989), p.208-222.

- [33] Hoyles, C. & Noss, R. (1993), "Out of the Cul-de-Sac?" en *Proceedings from PME-NA XV*, Pacific Grove, CA, Vol.1, p. 83-90.
- [34] Kafai, Yasmin B., *Minds in Play: Computer Game Design as a Context for Children's Learning* (1993). Thesis available from Epistemology and Learning MIT Media Lab E15-309 20 Ames Street Cambridge, MA 02139
- [35] Kaufman, Rosa (1991) *Didáctica del Aprendizaje con Computadoras* Buenos Aires, Argentina: Marymar Ediciones, S.A. ISBN 950-503-200-5
- [36] Kerr, Bill (1995). *Educational Software: Designed by Kids for Kids*
<http://www.senet.com.au/~kerrb/isdp/identamt.htm>
- [37] Lawler, R. W. (1985) *Computer Experience and Cognitive Development: A child's learning in a computer culture*. Ellis and Horwood, Chichester, UK.
- [38] Lewis, Philip (1990) *Approaching Precalculus Mathematics Discretely: Explorations in a computer environment*. MIT Press.
- [39] Muller, J. *A Logo Adventure Book*. http://www.doone.com/grt_logo_advntre.html
- [40] Noss et al. (1995), "The dark side of the moon", en Sutherland, R. & Mason, J (eds) *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, p. 190-201.
- [41] Noss, R. & Hoyles, C. (1996), *Windows on Mathematical Meanings. Learning cultures and computers*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, Boston, London.
- [42] Papert, S. (1980), *Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas*. Basic Books, USA. / *Desafío a la Mente*. Ed. Galápagos.
- [43] Papert, S. (1987), "Microworlds: Transforming Education", en Lawler, R.W. & Yazdani, M. (eds.). *Artificial Intelligence and Education, Volume One: Learning Environments and Tutoring Systems*, Ablex, Norwood, NJ, USA; p.27-54.
- [44] Papert, S. (1999) "Constructionism: Putting Logo in a Larger Perspective" Keynote Paper. Proceedings Eurologo '99. Sofia, Bulgaria
- [45] Papert, S. (1999) "What is Logo? Who needs it?" en *Logo Philosophy and Implementation*. LCSl
- [46] Reggini, H. (1982) *Alas para la mente. Logo: un lenguaje de computadoras y un estilo de pensar*. Ediciones Galápagos. Argentina
- [47] Sacristán, Al (1998) "Espirales y Fractales: visualización y estudio de sucesiones infinitas" *Memorias del Noveno Seminario Nacional de Calculadoras y Microcomputadoras en Educación Matemática*, México DF, 23-25 sept. 1998, Escuela Normal Superior de México. Pp. 114-123.
- [48] Sacristán, Al (2000) "Investigación del aprendizaje matemático mediante micromundos computacionales" *Memorias del 1er Encuentro Interdisciplinar de Investigación UIA - Laguna*.
- [49] Sutherland, R. (1995), "Mediating mathematical action", en Sutherland, R. & Mason, J (eds) *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, NATO ASI Series, Series F. Vol.138, Springer-Verlag, Berlin.
- [50] Watt, Daniel (1984) *Aprendiendo con Apple/IBM Logo*. Byte Books/McGraw-Hill. ISBN 968-451-295-5
- [51] Weir, S. (1987), *Cultivating Minds: a Logo casebook*, Harper&Row Publishers.
- [52] Wilensky, U. (1991) "Abstract Meditations on the Concrete, and Concrete Implications for Mathematics Education", en Harel, I. & Papert, S. (eds.) *Constructionism*, p.193-204; Ablex Publishing Corporation, Norwood, NJ.